

MATEMATIKA MENYENANGKAN

di Madrasah Ibtidaiyah

Dr. Eni Titikusumawati, S.Pd., M.Pd.

Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LP2M)
Universitas Islam Negeri (UIN) Salatiga
2023

MATEMATIKA MENYENANGKAN DI MADRASAH IBTIDAIYAH

Penulis:

Dr. Eni Titikusumawati, S.Pd., M.Pd.

Editor:

Wulan Izzatul Himmah, S.Pd., M.Pd.

Cetakan: 2023

15,5 x 23 cm; xii + 170 hlm.

ISBN: 978-623-6862-xx-x

Penerbit:

LP2M UIN Salatiga

Jalan Lingkar Salatiga Km. 02 Sidorejo Salatiga 50716, (0298) 323706

lp2m@uinsalatiga.ac.id

Anggota IKAPI & APPTI

All Right reserved. Hak cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun tanpa ijin tertulis dari penerbit.

DAFTAR ISI

Daftar Isi	iii
Prakata	vii
Kata Pengantar	ix

BAB I PEMBELAJARAN MATEMATIKA MI 1

- A. Mengidentifikasi Hakikat Anak Didik dalam Pembelajaran Matematika di MI..... 1
- B. Menguraikan Teori-teori Belajar Matematika Kaitannya dalam Pembelajaran Matematika di MI..... 17
- C. Menerapkan salah satu atau gabungan beberapa teori belajar dalam merancang pembelajaran Matematika di MI 39
- D. Melaksanakan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar matematika 49

BAB II MENGENAL PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI TINGKAT MADRASAH IBTIDAIYAH..... 62

- A. Mengenal Madrasah Ibtidaiyah..... 62
- B. Peran Matematika dalam Kurikulum Madrasah Ibtidaiyah..... 63
- C. Prinsip Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah..... 64
- D. Tantangan dalam Pembelajaran Matematika di Madrasah Ibtidaiyah 67
- E. Strategi Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah..... 71

BAB III	MENGAJARKAN BILANGAN BULAT DAN SISTEM BILANGAN BULAT DI MI.....	77
A.	Pembelajaran Bilangan Bulat di MI dan Permasalahannya.....	77
1.	Definisi bilangan bulat.....	78
2.	Operasi Hitung pada Bilangan Bulat (Penjumlahan dan Pengurangan)	80
3.	Tahap Pengenalan Konsep Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat secara Konkret.....	83
4.	Tahap Pengenalan Konsep secara Semi Konkret atau Semi Abstrak.....	90
5.	Tahap Pengenalan Konsep secara Abstrak.....	95
6.	Permasalahan dalam Pembelajaran Operasi Bilangan Bulat di MI.....	97
BAB IV	PEMBELAJARAN PERKALIAN DAN PEMBAGIAN PADA BILANGAN BULAT DI MI	101
A.	Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian dalam tahap pengenalan Konsep Secara Konkret	101
B.	Operasi Hitung Perkalian pada Bilangan Bulat pada Tahap Pengenalan Konsep secara Semi Konkret atau Semi Abstrak.....	105
C.	Operasi Pembagian pada Bilangan Bulat.....	108
BAB V	BILANGAN RASIONAL DAN SISTEM OPERASI BILANGAN RASIONAL (Bagian 1)	111
A.	Definisi Bilangan Cacah	111
B.	Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional.....	113
C.	Kesulitan Belajar dan Pembelajaran Bilangan Rasional di MI	116

BAB VI	PEMBELAJARAN BILANGAN DESIMAL.....	126
A.	Pengertian Bilangan Desimal	126
B.	Mengubah Bilangan Pecahan Biasa menjadi Bentuk Desimal dan Sebaliknya.....	128
C.	Mengubah Penulisan Bilangan Pecahan dari Bentuk Desimal ke Pecahan Biasa	131
D.	Operasi pada Bilangan Pecahan Desimal	133
E.	Operasi Perkalian dan Pembagian Bilangan Pecahan Desimal	139
BAB VII	PEMBELAJARAN BILANGAN PRIMA DAN BILAN- GAN KOMPOSIT.....	142
A.	Bilangan Prima	142
B.	Bilangan Komposit.....	154
C.	Perbedaan Bilangan Prima dan Bilangan Komposit	160
D.	Strategi Pembelajaran Konsep Bilangan Komposit untuk Peserta Didik Madrasah Ibtidaiyah.....	162
E.	Alat Peraga yang Cocok untuk Membelajarkan Konsep Bilangan Komposit untuk Siswa MI.....	164
DAFTAR PUSTAKA		166
RIWAYAT HIDUP		169

Prakata

Assalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh,

Segala puji hanya milik Allah SWT, Tuhan semesta alam, yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga kita dapat merasakan nikmat ilmu pengetahuan. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, penutup para nabi, yang telah membimbing umat menuju jalan yang lurus.

Buku yang berjudul “Pembelajaran Aljabar di Madrasah Ibtidaiyah yang Menyenangkan” adalah sebuah karya luar biasa yang menggabungkan antara inovasi dalam pembelajaran dengan kekayaan ilmu matematika. Saya merasa bangga dan bersyukur atas dedikasi serta kerja keras para penulis yang telah berhasil menciptakan buku ini sebagai panduan yang luar biasa bagi guru-guru madrasah ibtidaiyah.

Pendidikan merupakan tonggak utama dalam membentuk generasi penerus yang tangguh dan berkompeten. Oleh karena itu, pendekatan yang kreatif dan menyenangkan dalam proses pembelajaran memiliki peranan yang sangat penting dalam menumbuhkan minat belajar siswa. Buku ini memberikan alternatif pembelajaran aljabar yang berfokus pada pendekatan yang inovatif dan penuh daya tarik bagi siswa. Diharapkan, buku ini akan menjadi jembatan yang menghubungkan konsep abstrak aljabar dengan dunia nyata bagi para siswa.

Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini. Dukungan dan usaha keras kalian telah mewujudkan sebuah karya yang bernilai dan bermanfaat bagi dunia pendidikan. Semoga buku ini tidak hanya menjadi buku panduan, tetapi juga menjadi sumber inspirasi bagi

guru-guru madrasah ibtidaiyah untuk terus berinovasi dalam proses pembelajaran.

Akhir kata, marilah kita terus berupaya untuk meningkatkan kualitas pendidikan dan memberikan yang terbaik bagi generasi muda. Semoga buku “Pembelajaran Aljabar di Madrasah Ibtidaiyah yang Menyenangkan” ini dapat membuka pintu baru menuju pembelajaran yang lebih efektif dan menyenangkan. Mari kita jadikan pendidikan sebagai cahaya yang terus menerangi jalan menuju masa depan yang lebih baik.

Wassalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Dr. Rasimin, M.Pd.

Wakil Dekan

Bidang Administrasi Umum dan Keuangan

FTIK-UIN Salatiga

Kata Pengantar

Bismillahirrohmanirrohim

Segenap puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah S.W.T. yang telah melimpahkan petunjuk, bimbingan, dan kekuatan lahir batin kepada penulis, sehingga Buku Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah: Strategi Pembelajaran yang Efektif ini dapat tersusun dan terbit sebagaimana mestinya. Shalawat dan salam semoga dilimpahkan olehNya kepada junjungan kita Nabi Muhammad S.A.W., para sahabat, dan semua pengikutnya yang setia sepanjang zaman. Amin!

Mengantarkan terbitnya buku ini, beberapa hal dirasa perlu untuk dikemukakan sebagai catatan:

Pertama, bahwa buku yang diberi judul Buku Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah: Strategi Pembelajaran yang Efektif ini, disusun dan diterbitkan untuk memenuhi kebutuhan pada mahasiswa jurusan pendidikan dan calon guru, karena itulah materi yang disajikan dalam buku ini semata-mata dibatasi pada hal-hal yang menurut hemat penulis – penting dan relevan dengan kebutuhan.

Kedua, berdasarkan Kurikulum dan Silabus Program Studi PGMI, tujuan pembelajaran Matematika adalah: (1) dapat memahami dan mengerti beberapa istilah dalam Pembelajaran Matematika dan manfaatnya; (2) dapat (mampu) menggunakan Pembelajaran Matematika (sebagai alat bantu) dalam pembelajaran matematika di MI menggunakan metode dan strategi yang menyenangkan; (3) peka terhadap permasalahan pembelajaran matematika di kelas; dan (4)

peka terhadap adanya perubahan dan perkembangan pendidikan matematika disesuaikan dengan kondisi dan perubahan jaman.

Buku Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah: Strategi Pembelajaran yang Efektif ini disusun tidak dimaksudkan untuk membekali pembaca dengan pengetahuan pembelajaran Matematika yang dipandang perlu dan relevan untuk dimiliki oleh seorang pendidik di bidang Pembelajaran Matematika di MI, seorang pendidik, dan seorang administrator di bidang kependidikan. Dalam kaitan dengan arah dan haluan itulah buku teks ini dicoba untuk disusun dan dihidangkan.

Ketiga, pengalaman penulis selama ini, baik menunjukkan bahwa hanya dengan penuh kesabaran dan bahasa yang sederhana lah materi Pembelajaran Matematika dapat diserap dan dipahami oleh mahasiswa.

Keempat, dengan membaca buku ini sejak awal sampai akhir, tidak harus diartikan bahwa keseluruhan strategi ilmu pembelajaran matematika telah selesai dibahas secara tuntas. Apa yang dipaparkan dalam buku ajar ini hanya sebagian kecil saja dari keseluruhan pembahasan ilmu pembelajaran matematika yang demikian luas. Karenanya, untuk pendalaman lebih lanjut serta untuk memperluas cakrawala pengetahuan tentang pembelajaran matematika, tidak ada alternatif lain kecuali agar mahasiswa tekun dan rajin mempelajari literatur yang telah ditunjuk, baik yang bersifat wajib maupun anjuran.

Demikianlah, penulis telah berusaha dengan segenap kemampuan yang ada untuk menyajikan referensi yang sebaik-baiknya, namun di atas lembaran buku ini masih saja dirasakan dan ditemui berbagai macam kekurangan dan kelemahan. Karena itu, betapapun pedas dan pahit untuk dirasakan, kritik dan saran dari siapa saja yang membaca buku teks ini, sangat penulis nantikan demi peningkatan dan penyempurnaan pada penerbitan selanjutnya.

Kepada rektor UIN Salatiga beserta jajarannya yang dengan tulus ikhlash memberikan pelayanan dan kemudahan bagi terbitnya buku

teks ini, kiranya penulis sampaikan ucapan terima kasih yang sebanyak-banyaknya. Akhirnya, semoga buku teks ini akan membawa manfaat yang sebesar-besarnya serta akan sampai pada tujuannya. Aminn!

Billahit Taufieq wal Hidayah. Amien!

Penulis

BAB I

PEMBELAJARAN MATEMATIKA MI

A. Mengidentifikasi Hakikat Anak Didik dalam Pembelajaran Matematika di MI

I. Pentingnya pembelajaran Matematika di MI

Peserta didik diberikan kesempatan belajar Matematika di Madrasah Ibtidaiyah (MI) untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis dengan tenang dan terarah. Kita percaya bahwa matematika adalah sarana yang luar biasa untuk melatih pikiran mereka menjadi lebih analitis, logis, dan kritis.

Kita memberikan peserta didik kesempatan untuk memahami konsep-konsep matematika secara mendalam dalam setiap kesempatan pelajaran matematika. Peserta didik diajak untuk mempelajari pola-pola dan hubungan antar konsep, serta melibatkan diri dalam pemecahan masalah yang menantang. Kita harus dapat menghadirkan materi pelajaran dengan cara yang jelas dan terstruktur, sehingga peserta didik dapat melihat keseluruhan gambaran dan merasakan ketenangan dalam memahaminya.

Selama proses belajar, kita mendorong peserta didik untuk berpikir kritis dan menganalisis informasi dengan cermat. Kita memberikan mereka kesempatan untuk bertanya, mengemukakan argumen, dan memecahkan masalah secara terstruktur. Melalui pendekatan yang mendukung dan lingkungan yang aman, peserta didik dapat mengembangkan kemampuan berpikir logis mereka tanpa rasa takut atau tekanan. Kita memberikan

ruang bagi peserta didik untuk berpikir kreatif dalam matematika. Peserta didik diberikan kesempatan untuk menemukan pola-pola baru, mencari alternatif solusi, dan mengajukan pertanyaan yang menantang. Kita membangkitkan imajinasi mereka dan mendorong mereka untuk berpikir di luar batasan konvensional, sehingga mereka dapat mengeksplorasi kemungkinan-kemungkinan yang ada.

Dalam pembelajaran matematika di MI, guru menjadikan konteks kehidupan sehari-hari sebagai bagian integral dari pengembangan kemampuan berpikir logis peserta didik. Guru menyajikan situasi nyata dan masalah yang relevan dengan kehidupan mereka, sehingga peserta didik dapat melihat hubungan antara matematika dan dunia di sekitar mereka. Hal ini akan membantu melatih kemampuan peserta didik dalam menerapkan konsep matematika dalam situasi yang nyata. Dalam pengembangan kemampuan berpikir logis, guru memastikan bahwa peserta didik merasa tenang dan nyaman, guru memberikan lingkungan belajar yang kondusif, dimana kesalahan dianggap sebagai peluang untuk belajar dan tumbuh. Guru memberikan dukungan yang diperlukan dan memberikan umpan balik yang konstruktif. Dengan demikian, peserta didik dapat mengembangkan kepercayaan diri dalam kemampuan mereka dan belajar dengan penuh keyakinan.

Melalui pendekatan yang tenang dan terarah, guru berharap bahwa peserta didik dapat mengembangkan kemampuan berpikir logis yang kuat dalam belajar matematika di MI. guru harus memiliki komitmen untuk membantu peserta didik menjadi individu yang mampu berpikir kritis, menganalisis dengan akurat, dan menyelesaikan masalah dengan kecerdasan matematika yang terasah. Melalui proses seperti ini, guru berharap peserta didik dapat menemukan keindahan dan kepuasan dalam eksplorasi dunia matematika.

2. Keunikan anak usia MI dalam belajar Matematika

Anak-anak usia Madrasah Ibtidaiyah (MI) memiliki keunikan yang sangat menarik dalam belajar matematika. Pada usia ini, mereka sedang

dalam tahap perkembangan yang keritis dan memiliki potensi besar untuk memahami konsep-konsep matematika dengan cara yang unik. Saat anak usia MI belajar matematika, mereka membawa keunikan mereka dan hal ini yang membedakan mereka dari kelompok usia lainnya. Mereka memiliki rasa ingin tahu yang besar dan antusiasme yang tinggi terhadap pemahaman konsep matematika. Keunikan ini memberi mereka keunggulan dalam mempelajari matematika dengan cepat dan mendalam.

Anak-anak usia MI memiliki pikiran yang segar dan terbuka. Mereka cenderung berpikir secara intuitif dan kreatif, yang memungkinkan mereka untuk melihat hubungan dan pola-pola yang mungkin terlewatkan oleh orang dewasa. Mereka memiliki imajinasi yang kuat dan mampu memvisualisasikan konsep-konsep matematika dalam bentuk yang lebih konkret dan nyata. Hal ini membuat pembelajaran matematika menjadi lebih menyenangkan dan berarti bagi mereka. Selain itu, anak-anak usia MI juga memiliki kemampuan untuk belajar dengan cepat dan menerima informasi baru dengan mudah. Mereka memiliki daya ingat yang baik dan mampu mengingat dan menghubungkan konsep-konsep matematika dengan cepat. Dengan demikian, mereka dapat melalui berbagai konsep matematika dengan kecepatan yang mengesankan.

Keunikan lain dari anak-anak usia MI adalah faktor keberanian mereka dalam menghadapi tantangan matematika. Mereka tidak takut untuk mencoba dan melakukan kesalahan. Mereka melihat kesalahan sebagai peluang untuk belajar dan tumbuh, dan ini memungkinkan mereka untuk mengembangkan ketekunan dan ketahanan dalam menghadapi masalah yang sulit. Sikap ini penting dalam mengembangkan keterampilan pemecahan masalah matematika yang kuat. Dalam belajar matematika di MI, kami menghargai dan memanfaatkan keunikan anak-anak usia MI ini. Guru dapat menciptakan lingkungan yang mendukung dan memberikan tantangan yang sesuai dengan tingkat perkembangan mereka. Guru dapat memberikan kesempatan

bagi mereka untuk berpikir kritis, berkolaborasi, dan mengembangkan kreativitas mereka dalam memahami dan menerapkan konsep matematika. Dengan memahami keunikan anak-anak usia MI dalam belajar matematika, guru dapat merancang pengalaman pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan dan minat.

3. Perkembangan Kognitif Anak MI dalam Konteks Matematika

Dalam konteks matematika, anak-anak Madrasah Ibtidaiyah (MI) mengalami perkembangan kognitif yang signifikan. Mereka mengalami perubahan dalam kemampuan berpikir, memahami konsep, dan memecahkan masalah secara lebih kompleks. Ketika anak-anak MI mulai belajar matematika, mereka berada dalam tahap perkembangan kognitif yang penting. Pada usia ini, kemampuan mereka untuk berpikir logis dan abstrak terus berkembang. Mereka mulai dapat memahami konsep-konsep matematika secara lebih mendalam dan menerapkan pemikiran logis dalam memecahkan masalah matematika.

Pada awalnya, anak-anak MI mengembangkan pemahaman matematika yang konkrit. Mereka belajar melalui manipulasi benda nyata dan pengalaman langsung. Mereka menggunakan manipulatif, seperti blok atau koin, untuk memahami konsep angka, ukuran, dan pola. Mereka juga menegal bentuk geometri melalui eksplorasi objek di sekitar mereka. Seiring berjalannya waktu, anak-anak MI mulai mengembangkan kemampuan untuk merepresentasikan konsep-konsep matematika secara simbolik. Mereka mulai memahami dan menggunakan angka, notasi matematika, dan simbol-simbol lainnya. Mereka belajar menggambar diagram, membuat grafik, dan menginterpretasikan informasi visual dalam konteks matematika. Ini membantu mereka dalam memahami konsep yang lebih abstrak dan mengembangkan kemampuan penalaran matematika.

Perkembangan kognitif anak MI juga melibatkan kemampuan untuk menggeneralisasikan dan menerapkan konsep matematika

dalam berbagai situasi. Mereka mulai melihat pola dan hubungan antara konsep-konsep matematika, dan mampu mengidentifikasi prinsip-prinsip dasar yang melatarbelakanginya. Mereka menggunakan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari untuk memecahkan masalah yang lebih kompleks, baik dalam konteks matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari.

Selain itu, anak-anak MI juga mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan analitis dalam belajar matematika. Mereka diajak untuk mempertanyakan, menganalisis, dan mengevaluasi informasi matematika. Mereka belajar untuk mengidentifikasi kesalahan dan mencari solusi alternatif, ini membantu mereka memperkuat kemampuan berpikir logis, mengasah kecerdasan kuantitatif, dan mengembangkan sikap skeptis yang sehat terhadap informasi matematika. Dalam belajar matematika di MI, guru memahami dan mendukung perkembangan kognitif anak-anak tersebut. Guru menyajikan materi pelajaran secara progresif, memungkinkan mereka membangun pemahaman secara bertahap. Guru mendorong peserta didik untuk berpikir kritis, menganalisis masalah, dan menemukan solusi dengan cara yang terstruktur. Guru juga memberikan tantangan dan stimulus yang sesuai dengan tingkat perkembangan mereka, sehingga mereka dapat terus tumbuh dan berkembang dalam kemampuan berpikir matematika mereka. Dengan adanya dukungan yang tepat, perkembangan kognitif anak-anak MI dalam konteks matematika akan terus berkembang, sehingga memungkinkan mereka untuk menjadi pemikir matematika yang kreatif, logis, dan terampil.

4. Peran Penting Pola Pikir dan Konstruksi Pengetahuan Matematika

Pola pikir dan konstruksi pengetahuan matematika memainkan peran penting dalam pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah (MI). Kedua aspek ini saling terkait dan saling mempengaruhi dalam

memperkuat pemahaman peserta didik terhadap konsep-konsep matematika. Pola pikir dalam matematika melibatkan cara peserta didik berpikir, memecahkan masalah, dan melihat hubungan antara konsep-konsep matematika. Pola pikir yang positif dan terbuka dapat mengembangkan kemampuan peserta didik dalam melihat pola, menganalisis situasi, dan membuat generalisasi, peserta didik dengan pola pikir yang kuat akan lebih mampu mengatasi tantangan matematika dan menemukan solusi yang tepat.

Dalam konteks matematika, konstruksi pengetahuan adalah proses membangun pemahaman peserta didik tentang konsep-konsep matematika melalui pengalaman belajar yang aktif dan interaktif. Konstruksi pengetahuan terjadi ketika peserta didik mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang sudah ada dalam pikiran mereka. Melalui konstruksi pengetahuan, peserta didik dapat membangun pemahaman yang lebih dalam dan menyeluruh tentang matematika. Sementara itu, konstruksi pengetahuan memainkan peran penting dalam membangun pemahaman yang kokoh dan tahan lama terhadap konsep-konsep matematika. Melalui pengalaman belajar yang interaktif dan pemecahan masalah yang terstruktur, peserta didik dapat membangun pengetahuan matematika mereka sendiri. Proses konstruksi pengetahuan ini membantu peserta didik untuk melihat hubungan antara konsep-konsep, mengembangkan keterampilan pemecahan masalah, dan mengaplikasikan pengetahuan matematika dalam situasi nyata.

Pola pikir dan konstruksi pengetahuan matematika saling melengkapi dan saling menguatkan. Dengan pola pikir yang positif dan terbuka, peserta didik dapat mengonstruksi pengetahuan matematika yang lebih dalam dan menyeluruh. Sebaliknya, melalui proses konstruksi pengetahuan, peserta didik dapat mengembangkan pola pikir yang lebih analitis, logis, dan kreatif dalam memecahkan masalah matematika. Dalam pembelajaran matematika di MI, guru mengakui

pentingnya pola pikir dan konstruksi pengetahuan matematika. Kami mendorong peserta didik untuk mengembangkan pola pikir yang positif, melihat matematika sebagai sesuatu yang menarik dan bermanfaat, serta mengembangkan kemampuan konstruksi pengetahuan melalui pengalaman belajar yang aktif dan terstruktur. Dengan demikian, peserta didik dapat memperoleh pemahaman matematika yang mendalam, keterampilan pemecahan masalah yang kuat, dan kemampuan berpikir logis yang berkembang.

5. Peran Guru dalam Menciptakan Lingkungan yang Mendukung Pembelajaran Matematika

Peranan guru dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika sangat penting. Guru memiliki peran sentral dalam membimbing, memotivasi, dan menciptakan suasana yang positif dalam kelas, sehingga peserta didik dapat merasa nyaman dan termotivasi dalam mempelajari matematika. Sebagai seorang guru matematika di Madrasah Ibtidaiyah (MI), peran guru dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika sangatlah penting. Guru berperan sebagai fasilitator, motivator, dan pembimbing peserta didik dalam memahami konsep-konsep matematika dan mengembangkan keterampilan matematika mereka.

Salah satu peran utama guru adalah menciptakan lingkungan yang inklusif dan menyenangkan. Guru dapat menciptakan suasana kelas yang positif dan ramah, di mana peserta didik merasa diterima, dihargai, dan aman untuk berpartisipasi aktif dalam pembelajaran. Hal ini dapat mencakup memberikan pujian dan umpan balik yang konstruktif, memfasilitasi diskusi dan kolaborasi antara peserta didik, serta mendorong sikap saling menghormati dan saling membantu antar peserta didik.

Guru juga berperan sebagai penghubung antara peserta didik dengan materi pembelajaran. Guru dapat mengatur pengalaman

belajar yang menarik dan relevan, dengan menggunakan berbagai sumber daya dan strategi pengajaran yang kreatif. Guru dapat menyajikan konten matematika dengan cara yang beragam, seperti menggunakan manipulatif, media visual atau teknologi informasi, untuk membantu peserta didik memahami konsep secara lebih konkret dan terhubung dengan kehidupan sehari-hari. Sebagai guru matematika, guru juga memiliki peran dalam membimbing peserta didik dalam proses berpikir matematika. Guru dapat mengajak peserta didik untuk berpikir kritis, menganalisis masalah, dan mencari solusi alternatif. Guru dapat memberikan tantangan yang sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik, serta memberikan dukungan dan bimbingan dalam mengembangkan keterampilan pemecahan masalah matematik mereka.

Selain itu, guru juga berperan sebagai model peran yang menginspirasi peserta didik untuk mencintai matematika. Guru dapat berbagi pengalaman, cerita inspiratif, dan contoh aplikasi matematika alam kehidupan nyata. Guru dapat membantu peserta didik melihat relevansi dan keindahan matematika, serta memotivasi mereka untuk terus belajar dan mengembangkan kemampuan matematika mereka. Berikutnya, guru juga berperan dalam memberikan umpan balik yang konstruktif dan menyediakan kesempatan untuk refleksi. Guru dapat memberikan umpan balik yang spesifik, jelas, dan bermakna terkait dengan kemajuan peserta didik dalam memahami konsep-konsep matematika. Guru juga dapat mendorong peserta didik untuk merefleksikan pemahaman mereka, mengidentifikasi kesalahan, dan merencanakan langkah-langkah perbaikan.

Dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika, guru perlu melihat keberagaman peserta didik dan menghargai perbedaan mereka. Guru dapat menggunakan berbagai strategi diferensiasi untuk memenuhi kebutuhan individu peserta didik, memberikan tantangan yang sesuai dengan tingkat kemampuan mereka,

dan memastikan bahwa semua peserta didik merasa didukung dan terlibat dalam pembelajaran. Secara keseluruhan, peran guru sebagai pendidik matematika sangat penting dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika. Dengan menciptakan lingkungan yang inklusif, menyenangkan, dan menantang, guru dapat membantu peserta didik mengembangkan pemahaman yang mendalam, keterampilan matematika yang kuat, dan sikap positif terhadap matematika.

Berikut adalah detail lebih lanjut mengenai peran guru dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika di MI:

1. Menciptakan iklim yang kondusif, guru memiliki tanggung jawab untuk menciptakan iklim yang inklusif di dalam kelas, dimana setiap peserta didik merasa diterima dan dihargai. Ini melibatkan membangun hubungan yang positif dengan peserta didik, mendengarkan dengan empati, dan memfasilitasi kolaborasi dan kerja tim. Dalam lingkungan yang inklusif, peserta didik merasa nyaman berbagi pemikiran, bertanya dan berkontribusi dalam diskusi matematika.
2. Memotivasi peserta didik, guru memiliki peran penting dalam memberikan motivasi peserta didik untuk belajar matematika. Guru dapat menggunakan berbagai strategi motivasi seperti memberikan tantangan yang menarik, mengaitkan matematika dengan kehidupan sehari-hari, atau menunjukkan aplikasi praktis dari konsep-konsep matematika. Melalui dorongan dan pujian yang tepat, guru dapat membantu peserta didik menjaga semangat dan minat mereka dalam belajar matematika.
3. Menyediakan sumber daya yang relevan, guru perlu menyediakan sumber daya yang relevan dan bervariasi untuk mendukung pembelajaran matematika. Ini dapat mencakup buku teks, materi audiovisual, manipulatif matematika, perangkat lunak komputer, dan sumber daya online. Dengan memanfaatkan berbagai sumber

daya ini, guru dapat membantu peserta didik memperoleh pemahaman yang lebih baik tentang konsep matematika dan menerapkannya dalam konteks yang nyata.

4. Menggunakan strategi pengajaran yang efektif, guru perlu menggunakan strategi pengajaran yang efektif dalam mengajar matematika. Guru dapat menggabungkan strategi pembelajaran langsung dengan pendekatan eksploratif, memanfaatkan demonstrasi, diskusi kelompok, pemecahan masalah, dan aktifitas berbasis proyek. Dengan mengadopsi strategi yang beragam, guru dapat memenuhi kebutuhan belajar berbagai tipe peserta didik dan membantu mereka memahami konsep matematika dengan lebih baik lagi.
5. Membimbing proses berpikir matematika, guru memiliki peran penting dalam membimbing peserta didik dalam memberdayakan proses berpikir matematika. Guru dapat mengajarkan strategi pemecahan masalah, memodelkan berpikir logis, dan mengajak peserta didik untuk berpikir kritis. Melalui pertanyaan terbuka dan tantangan, guru dapat mendorong peserta didik untuk melihat konsep matematika dari berbagai sudut pandang dan mengembangkan keterampilan berpikir analitis.
6. Memberikan umpan balik yang konstruktif, guru perlu memberikan umpan balik yang konstruktif kepada peserta didik tentang kemajuan mereka dalam memahami konsep matematika. Umpan balik yang jelas, spesifik, dan bermakna membantu peserta didik memahami area yang perlu ditingkatkan dan memberikan arah yang jelas untuk perbaikan. Guru juga dapat memberikan kesempatan untuk refleksi, dimana peserta didik dapat merefleksikan pemahaman mereka sendiri dan mengidentifikasi langkah-langkah perbaikan yang perlu diambil.
7. Menghargai perbedaan individu, setiap peserta didik memiliki gaya belajar, kecepatan dan kebutuhan belajar yang berbeda.

Guru perlu menghargai perbedaan ini dengan mengadopsi strategi diferensiasi yang sesuai. Dengan memperhatikan kebutuhan individu peserta didik, guru dapat memberikan bantuan tambahan, tugas yang menantang, atau pendekatan pembelajaran yang berbeda sesuai dengan tingkat kemampuan peserta didik.

Akhirnya, peran guru dalam menciptakan lingkungan yang mendukung pembelajaran matematika melibatkan menciptakan iklim inklusif, memotivasi peserta didik, menyediakan sumber daya yang relevan, menggunakan strategi pembelajaran yang efektif, membimbing proses berpikir matematika, memberikan umpan balik yang konstruktif, dan menghargai perbedaan individu peserta didik. Dengan melaksanakan peran ini dengan baik, guru dapat membantu peserta didik dalam membangun pemahaman matematika yang kokoh dan mengembangkan kemampuan matematika mereka dengan lebih baik.

6. Penggunaan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak MI

Dalam konteks pembelajaran matematika di MI, penggunaan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI sangatlah penting, sebagai seorang guru matematika di Madrasah Ibtidaiyah (MI), guru memahami bahwa anak-anak MI memiliki karakteristik dan kebutuhan belajar yang khas, oleh karena itu, penggunaan metode dan strategi pembelajaran yang tepat dengan karakteristik mereka menjadi sangat penting.

Salah satu metode pembelajaran yang efektif adalah pendekatan berbasis permainan, anak-anak MI cenderung belajar dengan cara yang interaktif dan melalui pengalaman langsung. Dalam konteks matematika, guru dapat memanfaatkan permainan dan aktivitas bermain peran untuk mengajarkan konsep-konsep matematika secara menyenangkan. Misalnya, guru dapat menggunakan permainan papan, kartu, atau

manipulatif matematika untuk membantu peserta didik memahami konsep bilangan, operasi matematika, atau geometri. Selain itu, metode pembelajaran kooperatif juga sangat efektif untuk anak-anak MI. Dalam metode ini, peserta didik bekerja secara kolaboratif dalam kelompok kecil untuk memecahkan masalah matematika atau menyelesaikan tugas. Metode ini tidak hanya mengembangkan keterampilan matematika, tetapi juga membantu peserta didik mengembangkan keterampilan sosial, seperti bekerja sama, berkomunikasi dan saling membantu. Guru dapat menyusun aktivitas kelompok yang menungkingkan peserta didik bekerja sama, berdiskusi, dan saling mendukung dalam memahami konsep matematika.

Selanjutnya, penggunaan media visual dan teknologi juga efektif dalam pembelajaran matematika di MI. anak-anak MI sangat responsif terhadap gambar, video, dan media lainnya. Guru dapat menggunakan visualisasi, presentasi multimedia, atau perangkat lunak pembelajaran matematika untuk membantu peserta didik memvisualisasikan konsep matematika dengan lebih baik. Selain itu, penggunaan aplikasi atau permainan matematika digital juga dapat meningkatkan minat dan motivasi peserta didik dalam belajar matematika. Selain metode pembelajaran, penting juga untuk menyediakan aktivitas yang terkait dengan kehidupan sehari-hari peserta didik. Anak-anak MI akan lebih mudah memahami dan mengaitkan konsep matematika dengan konteks yang relevan dengan kehidupan mereka. Misalnya, guru dapat memberikan situasi nyata atau masalah dunia nyata yang membutuhkan penerapan konsep-konsep matematika. Hal ini akan membantu peserta didik memahami relevansi matematika dalam kehidupan sehari-hari mereka dan memotivasi mereka untuk belajar dengan lebih antusias.

Selain itu, penting juga untuk memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk melakukan eksplorasi dan eksperimen. Anak-anak MI belajar dengan cara mencoba dan berinteraksi langsung

dengan materi pembelajaran. Guru dapat memberikan tugas-tugas investigasi atau proyek yang memungkinkan peserta didik mengamati, mengumpulkan data, atau menemukan pola-pola matematika secara mandiri. Dengan cara ini, mereka akan mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep matematika. Dalam menggunakan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak MI, perhatikan pula perbedaan individu dan kebutuhan belajar peserta didik. Diferensiasi pembelajaran akan membantu guru memenuhi kebutuhan peserta didik yang memiliki tingkat kemampuan atau gaya belajar yang berbeda. Misalnya, guru dapat memberikan tugas tambahan untuk peserta didik yang lebih berprestasi, atau memberikan bantuan tambahan untuk peserta didik yang membutuhkan dukungan ekstra.

Dengan menggunakan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI, guru dapat menciptakan pengalaman pembelajaran yang menyenangkan, bermakna, dan efektif. Peserta didik akan lebih terlibat, termotivasi, dan berhasil dalam memahami konsep-konsep matematika.

Penggunaan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI, diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Pendekatan berbasis permainan, anak-anak MI cenderung belajar dengan cara yang interaktif dan melalui pengalaman langsung. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat memanfaatkan permainan dan aktivitas bermain peran untuk mengajarkan konsep-konsep matematika secara menyenangkan dan menarik. Misalnya, guru dapat menggunakan permainan papan yang melibatkan operasi hitung, permainan kartu untuk mempelajari urutan bilangan, atau manipulatif matematika seperti blok bangun untuk memahami konsep geometri.
2. Metode pembelajaran kooperatif, anak-anak MI sangat responsif terhadap kolaborasi dan bekerja sama dalam kelompok kecil.

Metode pembelajaran kooperatif melibatkan peserta didik dalam kerja kelompok untuk memecahkan masalah matematika atau menyelesaikan tugas proyek. Dalam kelompok, mereka dapat saling membantu, berdiskusi, dan berbagi pengalaman, hal ini tidak hanya membantu mereka mengembangkan keterampilan matematika, tetapi juga meningkatkan keterampilan sosial dan kerjasama.

3. Penggunaan media visual dan teknologi, anak-anak MI sangat responsif terhadap gambar, video, dan media visual lainnya. Guru dapat memanfaatkan media visual, presentasi multimedia, atau perangkat lunak pembelajaran matematika untuk membantu peserta didik memvisualisasikan konsep-konsep matematika dengan lebih baik. Misalnya, guru dapat menggunakan video animasi untuk menjelaskan konsep-konsep matematika yang abstrak, atau menggunakan perangkat lunak interaktif untuk memperkuat pemahaman peserta didik.
4. Konteks yang relevan dengan kehidupan sehari-hari, anak-anak MI akan lebih mudah memahami dan mengaitkan konsep matematika dengan situasi atau masalah yang relevan dengan kehidupan sehari-hari mereka. Oleh karena itu, penting untuk menyediakan aktivitas matematika yang terkait dengan kehidupan sehari-hari mereka. Misalnya, guru dapat memberikan tugas-tugas yang melibatkan penghitungan uang, pengukuran benda-benda sekitar, atau pemecahan masalah yang berhubungan dengan kegiatan sehari-hari mereka.
5. Eksplorasi dan eksperimen, anak-anak MI belajar dengan cara mencoba, berinteraksi langsung, dan melakukan eksplorasi. Guru dapat memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk melakukan eksplorasi dan eksperimen matematika. Misalnya, guru dapat memberikan tugas-tugas investigasi di mana peserta didik dapat mengamati pola-pola matematika, mengumpulkan

data, atau melakukan percobaan sederhana untuk memahami konsep matematika dengan lebih mendalam.

6. Diferensiasi pembelajaran, setiap peserta didik di level MI memiliki perbedaan dalam kemampuan, minat, dan gaya belajar. Oleh karena itu, penting untuk menggunakan strategi diferensiasi dalam pembelajaran matematika. Guru dapat memberikan tugas tambahan untuk peserta didik yang lebih berprestasi, memberikan bantuan tambahan atau pengayaan untuk peserta didik yang membutuhkan, atau mengatur kelompok belajar dengan tingkat kemampuan yang serupa untuk mendukung peserta didik secara individu.

Dengan mengadopsi metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI, guru dapat menciptakan lingkungan pembelajaran yang mendukung, menyenangkan, dan efektif. Peserta didik akan merasa terlibat, termotivasi, dan mampu mengembangkan pemahaman matematika yang baik.

Berikut ini adalah beberapa contoh riil penggunaan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI dalam pembelajaran matematika:

1. Pendekatan berbasis permainan: guru dapat menggunakan permainan papan seperti “Benteng Matematika” dimana peserta didik harus menjawab pertanyaan matematika untuk maju ke kotak berikutnya. Ini akan melibatkan mereka dalam interaksi langsung dengan konsep-konsep matematika sambil mengembangkan strategi permainan. Selain itu, guru juga dapat memanfaatkan permainan kartu seperti “*Match the Sum*” di mana peserta didik harus mencocokkan kartu dengan hasil penjumlahan yang sama.
2. Metode pembelajaran kooperatif: guru dapat menyusun tugas proyek kolaboratif di mana peserta didik bekerja dalam kelompok kecil untuk merancang *blueprint* bangunan menggunakan konsep

geometri. Setiap anggota kelompok akan memiliki peran yang berbeda, seperti mengukur, menggambar, atau menghitung area dan keliling bangunan. Mereka akan belajar secara sesama-sama sambil mengembangkan keterampilan sosial dan kerjasama.

3. Penggunaan media visual dan teknologi: guru dapat menggunakan perangkat lunak interaktif seperti “GeoGebra” yang memungkinkan peserta didik untuk memvisualisasikan dan memanipulasi objek matematika seperti segitiga, lingkaran, atau grafik fungsi. Dengan menggunakan visualisasi yang menarik, peserta didik dengan mudah memahami konsep matematika yang abstrak dan memperkuat pemahaman mereka melalui eksplorasi.
4. Konteks kehidupan sehari-hari: guru dapat memberikan tugas yang relevan dengan kehidupan sehari-hari peserta didik, misalnya, tugas pengelolaan anggaran belanja, peserta didik akan diminta untuk merencanakan belanja dengan anggaran yang diberikan dan menghitung harga, mengelompokkan item, serta membandingkan harga dan kuantitas barang yang dibeli. Hal ini akan membantu peserta didik memahami konsep matematika seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dalam konteks yang bermakna bagi mereka.
5. Eksplorasi dan eksperimen: guru dapat memberikan tugas eksplorasi di mana peserta didik diminta untuk mencari pola-pola matematika dalam deret angka atau mencari hubungan antara variabel dalam tabel. Misalnya, mereka dapat mengamati pola dalam tabel perkalian dan menyusun rumus umum untuk deret tersebut. Dengan melakukan eksperimen dan eksplorasi, peserta didik akan mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang konsep matematika.
6. Diferensiasi pembelajaran: guru dapat memberikan tugas yang berbeda sesuai dengan tingkat kemampuan peserta didik. Misalnya, peserta didik yang lebih mampu dapat diberikan tugas

tambahan yang lebih menantang, seperti mencari pola-pola yang lebih kompleks atau memecahkan masalah matematika yang lebih rumit. Sementara itu, peserta didik yang membutuhkan bantuan tambahan dapat diberikan bahan ajar tambahan atau mendapatkan bimbingan individu.

Dengan menggunakan contoh-contoh tersebut, guru dapat menerapkan metode dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik anak-anak MI dalam pembelajaran matematika. Hal ini akan membantu meningkatkan keterlibatan dan pemahaman peserta didik serta menciptakan pengalaman belajar yang bermakna bagi mereka.

B. Menguraikan Teori-teori Belajar Matematika Kaitannya dalam Pembelajaran Matematika di MI

I. Konstruktivisme dalam Pembelajaran Matematika

Dalam konteks pembelajaran matematika, pendekatan konstruktivisme menjadi salah satu pendekatan yang penting. Konstruktivisme mengacu pada pemahaman bahwa peserta didik secara aktif membangun pengetahuan mereka melalui proses konstruksi berdasarkan pengalaman, penalaran, dan refleksi pribadi mereka. Dalam pendekatan konstruktivisme, guru berperan sebagai fasilitator dan pendamping peserta didik dalam proses pembelajaran. Mereka menciptakan lingkungan yang mendorong peserta didik untuk berpikir kritis, berbagi pemahaman, dan menemukan konsep matematika melalui pengalaman langsung. Bentuk gambaran bagaimana konstruktivisme berperan dalam pembelajaran matematika dapat dijelaskan sebagai berikut.

Pertama-tama, dalam pembelajaran matematika berbasis konstruktivisme, guru memberikan tantangan yang terbuka dan membangun pemahaman peserta didik melalui eksplorasi. Misalnya, dalam pembelajaran tentang bilangan, guru dapat memberikan tugas

membangun deret angka dengan pola tertentu. Peserta didik diundang untuk berpikir, bereksperimen, dan mengamati pola-pola yang muncul. Dalam proses ini, peserta didik membangun pemahaman mereka tentang konsep bilangan melalui tindakan dan refleksi pribadi. Selanjutnya, guru memberikan kesempatan bagi peserta didik untuk berbagi pemahaman dan diskusi kelompok. Dalam konteks matematika, peserta didik dapat berdiskusi tentang berbagai pendekatan atau strategi yang digunakan untuk memecahkan masalah matematika. Dalam diskusi ini. Peserta didik dapat melihat perspektif yang berbeda dan memperluas pemahaman mereka melalui interaksi sosial.

Selain itu, guru memberikan umpan balik yang mendukung peserta didik dalam membangun pengetahuan matematika mereka. Umpan balik yang diberikan oleh guru berfokus pada proses pemikiran peserta didik, memberikan dorongan dan dukungan positif untuk pengembangan pemahaman matematika mereka. Dengan adanya umpan balik yang konstruktif, peserta didik diberi kesempatan untuk merefleksikan dan memperbaiki pemahaman mereka secara bertahap. Dalam pendekatan konstruktivisme, peserta didik dianggap sebagai konstruktor pengetahuan mereka sendiri. Mereka aktif terlibat dalam membangun pemahaman mereka melalui eksplorasi, pemikiran kritis, dan refleksi pribadi. Guru berperan sebagai fasilitator yang mengarahkan proses pembelajaran dan memberikan dukungan kepada peserta didik dalam mengembangkan pemahaman mereka.

Dengan mengadopsi pendekatan konstruktivisme, peserta didik di MI dapat mengembangkan kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan pemecahan masalah matematika. Mereka belajar untuk menyusun strategi, membuat hubungan, dan mengonstruksi pengetahuan matematika yang bermakna. Pendekatan konstruktivisme memungkinkan peserta didik untuk memiliki peran aktif dalam pembelajaran matematika, meningkatkan motivasi, dan memperkuat pemahaman mereka secara mendalam.

2. Pembelajaran Aktif dan Penerapan Konsep Konstruktivisme dalam Pembelajaran Matematika MI

Pembelajaran aktif dan penerapan konsep konstruktivisme dalam pembelajaran matematika di MI memberikan pengalaman belajar yang bermakna dan interaktif bagi peserta didik. Dalam pendekatan ini, peserta didik di MI tidak hanya menjadi penerima pasif informasi, tetapi mereka secara aktif terlibat dalam konstruksi pengetahuan mereka sendiri.

Pertama-tama, pembelajaran aktif melibatkan peserta didik dalam kegiatan-kegiatan yang memungkinkan mereka untuk berpikir, bertanya, berdiskusi, dan berinteraksi dengan materi pelajaran. Dalam pembelajaran matematika, ini berarti peserta didik diberi kesempatan untuk menerapkan konsep-konsep matematika dalam situasi nyata. Misalnya, Mereka dapat menggunakan manipulatif atau benda-benda di sekitar untuk memecahkan masalah matematika, bermain permainan yang melibatkan operasi hitung, atau membuat proyek berbasis matematika.

Dalam konteks konstruktivisme, guru berperan sebagai fasilitator pembelajaran yang memandu peserta didik dalam membangun pengetahuan mereka sendiri. Mereka menggunakan berbagai strategi seperti pertanyaan terbuka, diskusi kelompok, dan tugas proyek untuk mendorong peserta didik berpikir kritis, membangun pemahaman, dan mengembangkan kemampuan berpikir matematika. Selain itu, penerapan konsep konstruktivisme dalam pembelajaran matematika di MI melibatkan penggunaan aktivitas berbasis masalah. Guru memberikan tantangan matematika yang autentik dan relevan dengan kehidupan peserta didik, yang memungkinkan mereka untuk menerapkan konsep-konsep matematika dalam konteks yang nyata. Misalnya, peserta didik dapat diberikan tugas untuk merancang denah ruangan kelas dengan menggunakan konsep geometri atau menghitung kebutuhan bahan makanan untuk acara sekolah.

Dalam pembelajaran aktif dan penerapan konsep konstruktivisme, peserta didik di MI diberi kesempatan untuk berbagai pemahaman mereka melalui diskusi kelompok dan presentasi. Mereka dapat saling belajar dan memperkaya pemahaman mereka dengan melihat perspektif yang berbeda dari teman sekelas mereka. Ini juga membantu mengembangkan keterampilan sosial dan kemampuan komunikasi mereka. Melalui pembelajaran aktif dan penerapan konsep konstruktivisme, peserta didik di MI dapat mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam, keterampilan berpikir matematika yang kuat, dan kreativitas dalam memecahkan masalah matematika. Mereka tidak hanya mempelajari konsep matematika, tetapi juga mengerti bagaimana konsep-konsep tersebut dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Pembelajaran aktif dan penerapan konsep konstruktivisme menciptakan lingkungan belajar yang berpusat pada peserta didik, memberdayakan mereka sebagai konstruktor pengetahuan, dan mendorong keterlibatan aktif dan kolaboratif dalam proses pembelajaran matematika.

3. Perkembangan Kognitif Anak dan Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika MI

Perkembangan kognitif anak memiliki implikasi yang signifikan dalam pembelajaran matematika di MI. Anak-anak MI mengalami perubahan kognitif yang penting dalam memahami konsep-konsep matematika dan kemampuan mereka dalam memecahkan masalah matematika. Pada tahap perkembangan pra-operasional, anak-anak MI cenderung berfokus pada karakteristik fisik objek, bukan pada sifat abstraknya. Implikasinya, dalam pembelajaran matematika, guru dapat menggunakan manipulatif fisik, seperti blok-blok bangunan atau kartu bilangan, untuk membantu anak-anak menggambarkan dan memahami konsep matematika secara konkret. Misalnya, peserta didik dapat menggunakan blok-blok untuk membangun model angka atau bentuk geometri, yang membantu mereka memvisualisasikan

dan memahami konsep secara lebih nyata.

Selanjutnya, pada tahap perkembangan operasional konkret, anak-anak MI mulai mengembangkan kemampuan berpikir logis dan konkret. Mereka mampu memahami konsep-konsep matematika yang lebih kompleks, seperti hubungan antara angka, operasi hitung, atau ruang dan bentuk. Implikasinya, dalam pembelajaran matematika, guru dapat mengajarkan konsep secara bertahap, memperkenalkan langkah-langkah yang logis, dan memberikan contoh konkret yang relevan dengan kehidupan sehari-hari anak-anak. Misalnya, dalam mengajarkan konsep perkalian, guru dapat menggunakan contoh-contoh nyata seperti membagi benda-benda sejajar dalam jumlah yang sama.

Kemudian, pada tahap perkembangan operasional formal, anak-anak MI mulai mengembangkan kemampuan berpikir abstrak, hipotesis-deduktif, dan penalaran proporsional. Mereka mampu memahami konsep-konsep matematika yang lebih kompleks, mengidentifikasi pola, menerapkan aturan matematika, dan memecahkan masalah yang lebih abstrak. Implikasinya, dalam pembelajaran matematika, guru dapat mendorong peserta didik untuk berpikir kritis, mengeksplorasi pemikiran mereka sendiri, dan memecahkan masalah dengan strategi yang berbeda. Mereka juga dapat diajak untuk berdiskusi dan mempresentasikan solusi mereka untuk memperkuat pemahaman dan keterampilan komunikasi matematika. Perkembangan kognitif anak MI juga melibatkan kemampuan berpikir logis dan deduktif. Implikasinya, dalam pembelajaran matematika, guru dapat memberikan tantangan logika dan teka-teki matematika yang mendorong peserta didik untuk mengidentifikasi pola, mengembangkan strategi, dan menggunakan penalaran logis untuk memecahkan masalah. Misalnya, guru dapat memberikan teka-teki bilangan atau susunan angka yang memerlukan pemikiran logis untuk mencari tahu pola dan mencari solusi yang tepat.

Dengan memahami perkembangan kognitif anak MI, guru dapat merancang pembelajaran matematika yang sesuai dengan tahapan

perkembangan kognitif mereka. Menggunakan pendekatan yang sesuai dengan tingkat perkembangan kognitif anak-anak MI memungkinkan mereka untuk membangun pemahaman yang lebih mendalam, mengembangkan keterampilan berpikir matematika yang kuat, dan memperoleh kepercayaan diri dalam memecahkan masalah matematika. Dengan demikian, implikasi dari perkembangan kognitif anak dalam pembelajaran matematika di MI adalah pentingnya memadukan strategi pembelajaran yang relevan dengan tahapan perkembangan kognitif mereka, agar mereka dapat memahami konsep matematika secara lebih baik dan mengembangkan keterampilan matematika yang kuat.

4. Teori Kecerdasan Majemuk dan Pendekatan Beragam dalam Pembelajaran Matematika di MI

Teori kecerdasan majemuk dan pendekatan beragam memiliki peran yang penting dalam pembelajaran matematika di MI. Teori kecerdasan majemuk, yang dikemukakan oleh Howard Gardner, menyatakan bahwa setiap individu memiliki beragam kecerdasan yang berbeda-beda, implikasinya, dalam pembelajaran matematika di MI, guru perlu mengakomodasi keberagaman kecerdasan peserta didik dan menyediakan berbagai pendekatan pembelajaran yang sesuai.

Dalam konteks matematika, peserta didik dengan kecerdasan logis-matematis memiliki kemampuan alami dalam berpikir logis, mengidentifikasi pola, dan memecahkan masalah matematika. Mereka cenderung menikmati pembelajaran matematika yang melibatkan pemecahan masalah, penalaran deduktif, dan pemodelan matematika. Dalam pembelajaran matematika di MI, guru dapat menggunakan pendekatan yang menekankan pada penerapan logika, penalaran, dan pemecahan masalah, seperti tugas proyek yang mengharuskan peserta didik untuk merancang permainan matematika atau memecahkan teka-teki matematika.

Selain itu, peserta didik dengan kecerdasan visual-ruang memiliki

kemampuan untuk memvisualisasikan dan memahami konsep matematika melalui representasi visual dan spasial. Implikasinya, guru dapat menggunakan pendekatan berbasis gambar, manipulatif atau model geometri dalam pembelajaran matematika. Misalnya, guru dapat menggunakan benda-benda fisik seperti kubus, balok, atau tangram untuk membantu peserta didik membangun pemahaman tentang konsep geometri atau menggunakan gambar dan diagram untuk menjelaskan konsep matematika seperti proporsi atau persentase.

Peserta didik dengan kecerdasan interpersonal dan intrapersonal menikmati pembelajaran matematika melalui interaksi sosial atau refleksi pribadi. Implikasinya, guru dapat menerapkan pendekatan kolaboratif dalam pembelajaran matematika di MI. Misalnya, peserta didik dapat bekerja dalam kelompok kecil untuk memecahkan masalah matematika bersama-sama, berdiskusi, dan berbagi pemahaman mereka. Guru juga dapat memberikan kesempatan bagi peserta didik untuk merefleksikan pemahaman mereka sendiri melalui jurnal refleksi atau presentasi individu. Peserta didik dengan kecerdasan kinestetik memiliki kemampuan untuk belajar melalui gerakan fisik dan aktivitas praktis. Implikasinya, guru dapat mengintegrasikan elemen gerak dalam pembelajaran matematika. Misalnya, guru dapat menggunakan permainan bergerak atau aktifitas manipulatif yang melibatkan gerakan fisik, seperti melompat, atau berjalan di sepanjang bilangan, untuk membantu peserta didik memahami konsep urutan atau deret angka.

Ketika mengaplikasikan pendekatan beragam dalam pembelajaran Matematika di MI, guru perlu mengakui dan menghargai keberagaman kecerdasan peserta didik. Mereka dapat menggunakan penilaian formatif dan observasi untuk memahami preferensi dan kecenderungan kecerdasan individu dan menyesuaikan metode pengajaran yang sesuai. Dengan melibatkan peserta didik dalam berbagai pendekatan pembelajaran, guru di MI dapat menciptakan lingkungan belajar yang inklusif, menarik, dan memungkinkan setiap

peserta didik untuk mengembangkan potensi matematika mereka dengan cara yang sesuai dengan kecerdasan mereka.

Berikut diberikan beberapa contoh mengenai penerapan teori kecerdasan majemuk dan pendekatan beragam dalam pembelajaran Matematika di MI:

1. Kecerdasan musikal: peserta didik dengan kecerdasan musikal cenderung memiliki sensitivitas terhadap pola dan ritme. Guru dapat menggunakan musik sebagai alat untuk mengajar konsep matematika, seperti mengajar pola bilangan menggunakan ritme atau menggunakan lagu untuk menghafal rumus matematika.
2. Kecerdasan verbal-linguistik: peserta didik dengan kecerdasan verbal-linguistik cenderung memiliki kemampuan dalam berkomunikasi dan memahami bahasa dengan baik. Guru dapat memberikan tugas penulisan atau diskusi kelompok untuk memperkuat pemahaman konsep matematika dan memfasilitasi pembelajaran kolaboratif.
3. Kecerdasan naturalis: peserta didik dengan kecerdasan naturalis memiliki minat dalam mengamati dan memahami dunia alam. Guru dapat menghubungkan konsep matematika dengan lingkungan alam sekitar melalui eksplorasi ruang, mengukur objek-objek di alam, atau menganalisis pola-pola dalam alam,
4. Kecerdasan interpersonal: peserta didik dengan kecerdasan interpersonal cenderung memiliki kemampuan untuk berinteraksi dan bekerja sama dengan orang lain. Guru dapat mengorganisir kegiatan pembelajaran kooperatif seperti tugas kelompok atau proyek berbasis tim yang melibatkan kerjasama dalam memecahkan masalah matematika.
5. Kecerdasan intrapersonal: peserta didik dengan kecerdasan intrapersonal cenderung memiliki pemahaman yang dalam tentang diri mereka sendiri dan kemampuan untuk merefleksikan pemikiran mereka. Guru dapat memberikan kesempatan untuk

refleksi diri, seperti membuat jurnal atau portofolio, yang memungkinkan peserta didik untuk memantau dan mengevaluasi kemajuan matematika mereka sendiri.

6. Pendekatan manipulatif: menggunakan manipulatif fisik, seperti blok bangunan, koin, atau pecahan, memungkinkan peserta didik secara konkret memahami konsep-konsep matematika. Guru dapat memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk memanipulasi objek-objek tersebut saat belajar tentang operasi hitung, geometri, atau konsep matematika lainnya.
7. Pendekatan visual: menggunakan visualisasi dalam pembelajaran matematika membantu peserta didik membangun gambaran mental tentang konsep-konsep matematika. Guru dapat menggunakan diagram, grafik, atau bagan untuk memvisualisasikan konsep matematika seperti proporsi, persamaan atau grafik.
8. Pendekatan bermain: peserta didik di MI seringkali lebih terlibat dalam pembelajaran saat mereka dapat belajar melalui permainan, guru dapat menggunakan permainan matematika yang melibatkan pemecahan masalah, strategi, atau kompetisi untuk membangun pemahaman dan keterampilan matematika peserta didik.

Dengan menerapkan teori kecerdasan majemuk dan pendekatan beragam dalam pembelajaran Matematika di MI, guru dapat menciptakan pengalaman belajar yang menarik, relevan, dan menyesuaikan dengan kebutuhan dan minat peserta didik. Hal ini membantu meningkatkan motivasi dan partisipasi peserta didik dalam pembelajaran matematika serta memperluas pemahaman dan penerapan konsep matematika mereka.

5. Penggunaan Situasi Nyata dan Lingkungan Sekitar dalam Pembelajaran Matematika di MI

Dalam pembelajaran matematika di MI, penggunaan situasi nyata dan lingkungan sekitar memiliki peran penting dalam meningkatkan

pemahaman konsep matematika dan menghubungkannya dengan kehidupan sehari-hari peserta didik. Dengan memanfaatkan konteks nyata, guru dapat membantu peserta didik melihat relevansi matematika dalam kehidupan mereka, meningkatkan minat dan motivasi mereka terhadap mata pelajaran matematika.

Salah satu cara untuk menggunakan situasi nyata adalah melalui pembelajaran berbasis masalah. Guru dapat menyajikan masalah nyata yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari, seperti perhitungan biaya belanja di toko, pengukuran benda-benda di sekitar, atau estimasi waktu perjalanan. Peserta didik diundang untuk menerapkan konsep matematika yang telah dipelajari untuk memecahkan masalah tersebut. Dengan demikian, peserta didik dapat melihat bagaimana matematika relevan dan berguna dalam kehidupan sehari-hari mereka. Guru juga dapat menggunakan lingkungan sekitar sebagai sumber belajar matematika. Misalnya, guru dapat membawa peserta didik ke luar kelas untuk melakukan pengamatan dan pengukuran langsung, seperti contohnya menghitung jumlah langkah untuk mencapai tujuan tertentu, mengidentifikasi pola-pola geometri dalam bangunan, atau mempelajari konsep volume dan kapasitas dengan memanipulasi air atau benda-benda di sekitar.

Dengan memanfaatkan situasi nyata dan lingkungan dalam pembelajaran matematika di MI, guru memberikan peserta didik pengalaman belajar yang berarti dan relevan. Hal ini juga membantu peserta didik melihat matematika sebagai alat yang berguna dalam kehidupan sehari-hari mereka, memperkuat motivasi belajar mereka, dan membangun pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep matematika yang dipelajari. Penggunaan situasi nyata dan lingkungan sekitar dalam pembelajaran matematika dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Pembelajaran berbasis masalah, dalam pembelajaran berbasis masalah, guru menyajikan masalah nyata yang relevan dengan kehidupan sehari-hari peserta didik, misalnya, guru dapat

menghadirkan masalah perhitungan biaya belanja di toko, mengatur jadwal kegiatan, atau merancang teman bermain. Peserta didik kemudian menggunakan konsep matematika yang telah dipelajari untuk menganalisis, merencanakan, dan memecahkan masalah tersebut. Dengan melibatkan peserta didik dalam pemecahan masalah nyata, mereka dapat melihat bagaimana matematika dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari mereka dan meningkatkan pemahaman mereka tentang konsep-konsep tersebut.

2. Observasi dan pengukuran di lingkungan sekitar, guru dapat mengajak peserta didik untuk melakukan pengamatan dan pengukuran langsung di lingkungan sekitar. Misalnya, mereka dapat mengukur panjang, lebar, dan tinggi benda-benda di kelas atau di luar kelas, mengidentifikasi pola-pola geometri dalam bangunan, atau menggunakan alat pengukur untuk mengukur volume air atau benda-benda di sekitar. Dengan melakukan pengamatan dan pengukuran langsung, peserta didik dapat menghubungkan konsep matematika dengan objek-objek nyata dan mengembangkan pemahaman yang lebih kuat tentang hubungan antara matematika dan dunia di sekitar mereka.
3. Aktivitas lapangan, guru dapat mengorganisir aktivitas lapangan di luar kelas yang terkait dengan matematika. Misalnya, peserta didik dapat melakukan kunjungan ke pasar untuk belajar tentang konsep uang, harga, atau persentase. Mereka juga dapat melakukan survei dalam lingkungan sekolah untuk mengumpulkan data dan menggunakannya dalam pemodelan matematika. Aktivitas lapangan seperti ini membantu peserta didik melihat bagaimana matematika diaplikasikan dalam konteks nyata dan memberikan pengalaman belajar yang konkret dan berarti.
4. Simulasi dan bermain peran, guru dapat menggunakan simulasi atau bermain peran untuk membawa situasi nyata ke dalam kelas. Misalnya, mereka dapat mensimulasikan toko atau bank

mini di kelas, di mana peserta didik berperan sebagai penjual, pembeli, atau petugas bank. Dalam permainan ini, peserta didik akan menerapkan konsep matematika seperti perhitungan harga, pengelolaan uang, atau pemecahan masalah yang melibatkan transaksi. Melalui simulasi dan permainan peran, peserta didik dapat melihat bagaimana matematika diterapkan dalam situasi sehari-hari dan mengembangkan keterampilan berpikir kritis dan pemecahan masalah.

Dengan menggunakan situasi nyata dan lingkungan sekitar dalam pembelajaran matematik diMI, guru menciptakan pengalaman belajar yang autentik dan relevan bagi peserta didik. Mereka dapat melihat bagaimana konsep matematika diaplikasikan dalam kehidupan nyata dan mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang konsep-konsep tersebut. Selain itu, pendekatan ini juga membantu peserta didik membuat hubungan yang kuat antara matematika dan dunia di sekitar mereka, meningkatkan minat dan motivasi mereka dalam pembelajaran matematika, serta memperkuat keterampilan pemecahan masalah dan keterampilan berpikir kritis.

6. Penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual peserta didik dalam pembelajaran Matematika

Penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual peserta didik sangat penting untuk memastikan bahwa setiap peserta didik mendapatkan pengalaman belajar yang sesuai dengan tingkat pendidikan. Dalam pembelajaran Matematika di MI, penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual peserta didik sangat penting untuk memastikan bahwa setiap siswa mendapatkan pengalaman belajar yang sesuai dengan tingkat pemahaman dan kemampuannya. Dengan memperhatikan kebutuhan individual siswa, guru dapat menciptakan lingkungan yang inklusif dan mendukung bagi setiap siswa untuk berkembang dalam pembelajaran Matematika.

Pertama, penting bagi guru untuk melakukan penilaian awal yang komprehensif terhadap kemampuan dan pemahaman siswa dalam Matematika. Dengan mengetahui tingkat awal siswa, guru dapat mengidentifikasi kebutuhan individu dan merencanakan pembelajaran yang sesuai. Penilaian ini dapat melibatkan tes, tugas, observasi, atau diskusi dengan siswa. Setelah mengetahui kebutuhan individu siswa, guru dapat merancang dan mengadaptasi materi pembelajaran Matematika agar sesuai dengan tingkat kemampuan dan minat siswa. Hal ini dapat dilakukan dengan menyediakan berbagai sumber belajar, seperti buku teks, materi digital, atau manipulatif Matematika yang sesuai dengan tingkat perkembangan siswa. Guru juga dapat memberikan pilihan aktivitas atau tugas yang berbeda untuk memenuhi kebutuhan individual siswa, sehingga mereka dapat belajar dengan cara yang paling efektif bagi mereka.

Selain itu, penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual siswa juga melibatkan penggunaan strategi diferensiasi. Guru dapat menyusun kelompok belajar yang berbeda berdasarkan tingkat kemampuan siswa, sehingga mereka dapat belajar dengan teman sebaya yang seajajar. Selain itu, guru dapat memberikan dukungan tambahan kepada siswa yang membutuhkannya, seperti bimbingan individu, remediasi, atau tugas tambahan yang menantang bagi siswa yang lebih mampu. Selama proses pembelajaran, guru juga perlu memberikan umpan balik yang konstruktif dan mendukung kepada setiap siswa. Hal ini membantu siswa memahami kekuatan dan area yang perlu ditingkatkan dalam pemahaman Matematika mereka. Guru juga dapat melibatkan siswa dalam refleksi dan evaluasi diri, agar mereka dapat mengembangkan kesadaran metakognitif dan mengambil tanggung jawab atas kemajuan belajar mereka sendiri.

Dalam konteks pembelajaran Matematika di MI, penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual siswa memungkinkan setiap siswa untuk berkembang sesuai dengan

potensinya. Pendekatan ini menciptakan pengalaman belajar yang inklusif, relevan, dan bermakna bagi setiap siswa. Selain itu, ini juga membantu membangun kepercayaan diri, motivasi, dan kecintaan siswa terhadap Matematika, serta memfasilitasi pencapaian hasil belajar yang optimal.

Berikut adalah penjelasan lebih rinci mengenai penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual peserta didik dalam pembelajaran matematika di MI:

1. **Penilaian Awal:** Guru perlu melakukan penilaian awal yang komprehensif terhadap kemampuan dan pemahaman matematika siswa. Ini dapat dilakukan melalui tes, tugas, observasi, atau diskusi dengan siswa. Penilaian awal ini membantu guru memahami tingkat pemahaman siswa dan mengidentifikasi kebutuhan individual mereka.
2. **Menyesuaikan Materi Pembelajaran:** Setelah mengetahui kebutuhan individual siswa, guru dapat merancang dan mengadaptasi materi pembelajaran matematika agar sesuai dengan tingkat kemampuan dan minat siswa. Guru dapat menggunakan berbagai sumber belajar, seperti buku teks, materi digital, atau manipulatif matematika yang sesuai dengan tingkat perkembangan siswa. Guru juga dapat mengajukan pertanyaan atau memberikan contoh-contoh yang relevan dengan kehidupan sehari-hari siswa untuk membantu mereka memahami konsep matematika dengan lebih baik.
3. **Diferensiasi:** Strategi diferensiasi dapat diterapkan dalam pengelompokan siswa berdasarkan tingkat kemampuan mereka. Guru dapat membentuk kelompok belajar yang berbeda, di mana siswa dengan tingkat kemampuan yang serupa dapat belajar bersama. Dengan cara ini, siswa dapat berkembang sesuai dengan kecepatan belajar mereka dan mendapatkan dukungan yang tepat.

4. Pendekatan Berbasis Proyek: Guru dapat menggunakan pendekatan berbasis proyek dalam pembelajaran matematika. Dalam pendekatan ini, siswa diberikan proyek atau tugas yang memungkinkan mereka untuk menerapkan konsep matematika dalam konteks nyata. Siswa bekerja dalam kelompok atau secara individu untuk menyelesaikan proyek tersebut, sambil menerapkan konsep matematika yang telah dipelajari. Pendekatan ini memungkinkan siswa untuk belajar dengan cara yang lebih aktif dan bermakna, sambil mengembangkan pemahaman matematika yang lebih dalam.
5. Bimbingan Individual: Guru dapat memberikan bimbingan individual kepada siswa yang membutuhkannya. Ini dapat berupa waktu tambahan yang dihabiskan dengan siswa untuk memberikan penjelasan lebih lanjut, melibatkan mereka dalam diskusi, atau memberikan bantuan tambahan dalam memahami konsep matematika. Bimbingan individual membantu siswa yang membutuhkan perhatian ekstra untuk mencapai pemahaman yang lebih baik.
6. Umpan Balik yang Konstruktif: Selama proses pembelajaran, guru memberikan umpan balik yang konstruktif kepada siswa. Umpan balik ini membantu siswa memahami kekuatan dan area yang perlu ditingkatkan dalam pemahaman matematika mereka. Guru dapat memberikan umpan balik tertulis, lisan, atau melalui refleksi bersama dengan siswa. Umpan balik yang diberikan secara teratur membantu siswa dalam mengarahkan upaya mereka untuk meningkatkan pemahaman matematika.
7. Partisipasi Aktif: Guru mendorong partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran matematika. Hal ini dapat dilakukan melalui diskusi kelompok, kerja tim, atau presentasi. Siswa diundang untuk berbagi pemikiran, ide, dan pemahaman mereka tentang konsep matematika. Dengan berpartisipasi aktif, siswa memperkuat

pemahaman mereka sendiri dan juga belajar dari pemikiran dan ide-ide teman sekelas.

Penerapan pendekatan yang memperhatikan kebutuhan individual siswa dalam pembelajaran matematika di MI bertujuan untuk memberikan pengalaman belajar yang inklusif dan relevan bagi setiap siswa. Pendekatan ini membantu setiap siswa untuk berkembang sesuai dengan potensi mereka dan meningkatkan pemahaman mereka tentang konsep matematika. Dengan adanya penerapan pendekatan ini, siswa merasa didukung dan termotivasi dalam pembelajaran matematika, sehingga menciptakan lingkungan belajar yang positif dan efektif.

7. Mengintegrasikan berbagai teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI

Dalam pembelajaran matematika di MI, integrasi berbagai teori belajar dapat menjadi pendekatan yang efektif untuk menciptakan pengalaman belajar yang holistik dan beragam. Integrasi teori belajar ini bertujuan untuk memaksimalkan potensi belajar setiap siswa, melibatkan mereka secara aktif, dan menciptakan pemahaman yang mendalam tentang konsep matematika.

Salah satu teori belajar yang dapat diintegrasikan adalah konstruktivisme. Konstruktivisme menekankan bahwa siswa secara aktif membangun pengetahuan mereka sendiri melalui pengalaman dan interaksi dengan lingkungan. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat memberikan kesempatan kepada siswa untuk berpikir kritis, mengajukan pertanyaan, dan menemukan konsep matematika melalui eksplorasi mandiri dan kolaborasi dengan teman sekelas. Dengan pendekatan ini, siswa dapat membangun pemahaman yang mendalam dan relevan tentang konsep matematika. Selain konstruktivisme, teori belajar lain yang dapat diintegrasikan adalah teori kognitif. Teori kognitif menekankan pentingnya pemrosesan informasi, pengorganisasian

pengetahuan, dan membangun koneksi antara konsep-konsep yang berbeda. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat membantu siswa memahami konsep dengan memberikan struktur dan pengaturan yang jelas, memperkuat pengorganisasian informasi melalui peta konsep atau diagram, serta mendorong siswa untuk membuat koneksi antara konsep-konsep yang berbeda. Integrasi teori kognitif ini membantu siswa mengembangkan pemahaman yang lebih kuat dan memperkuat keterampilan berpikir kritis dalam matematika.

Selanjutnya, teori sosial-konstruktivisme juga dapat diintegrasikan dalam pembelajaran matematika di MI. Teori ini menekankan bahwa pembelajaran terjadi melalui interaksi sosial dengan orang lain. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat menciptakan lingkungan yang kolaboratif, di mana siswa dapat berdiskusi, bekerja sama dalam kelompok, dan saling mendukung dalam memahami konsep matematika. Guru juga dapat menggunakan strategi seperti cooperative learning atau peer tutoring untuk memfasilitasi interaksi sosial yang produktif dan meningkatkan pemahaman matematika siswa. Teori belajar yang melibatkan emosi juga penting untuk diintegrasikan dalam pembelajaran matematika di MI. Emosi yang positif, seperti minat dan kepercayaan diri, dapat meningkatkan motivasi dan keterlibatan siswa dalam belajar matematika. Guru dapat menciptakan lingkungan yang mendukung dan memberikan umpan balik yang konstruktif untuk membangun kepercayaan diri siswa. Selain itu, guru dapat menyajikan matematika dengan cara yang menarik dan relevan dengan kehidupan siswa, sehingga meningkatkan minat siswa terhadap matematika.

Dengan mengintegrasikan berbagai teori belajar, guru dapat merancang pengalaman pembelajaran matematika yang kaya, inklusif, dan menarik bagi siswa MI. Pendekatan ini membantu siswa untuk membangun pemahaman matematika yang mendalam, meningkatkan keterampilan berpikir kritis, dan mengembangkan sikap positif terhadap matematika. Integrasi teori belajar juga memungkinkan

guru untuk merespon kebutuhan individual siswa dan menciptakan lingkungan pembelajaran yang mendukung pertumbuhan dan perkembangan mereka secara holistik.

Berikut adalah beberapa cara menerapkan integrasi berbagai teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI:

1. Rancang Kurikulum yang Beragam: Mulailah dengan merancang kurikulum yang mencakup berbagai strategi dan pendekatan pembelajaran. Pertimbangkan untuk menyajikan materi matematika melalui berbagai sumber dan media, seperti buku teks, materi digital, manipulatif matematika, atau video pembelajaran. Hal ini membantu mengakomodasi gaya belajar yang berbeda dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk belajar melalui pengalaman yang bervariasi.
2. Menggunakan Pendekatan Berbasis Masalah: Terapkan pendekatan berbasis masalah dalam pembelajaran matematika di MI. Ajak siswa untuk mengidentifikasi masalah nyata dalam kehidupan sehari-hari yang membutuhkan pemecahan matematika. Berikan kesempatan kepada mereka untuk menerapkan konsep dan keterampilan matematika dalam mencari solusi untuk masalah tersebut. Dalam proses ini, siswa akan membangun pemahaman yang lebih dalam tentang konsep matematika dan melihat relevansi matematika dalam kehidupan mereka.
3. Diferensiasi Pembelajaran: Kenali kebutuhan individual siswa dan diferensiasikan pembelajaran matematika sesuai dengan tingkat kemampuan dan minat mereka. Kelompokkan siswa berdasarkan tingkat kemampuan mereka dan berikan tugas dan tantangan yang sesuai dengan tingkat mereka. Dengan pendekatan ini, siswa dapat belajar pada tingkat yang tepat untuk mereka dan merasa terlibat secara aktif dalam proses pembelajaran.
4. Kolaborasi dan Diskusi: Fasilitasi kolaborasi dan diskusi antara siswa. Berikan kesempatan kepada mereka untuk berdiskusi,

bertukar pemikiran, dan bekerja sama dalam menyelesaikan masalah matematika. Dalam kerangka ini, siswa dapat saling belajar satu sama lain, berbagi strategi, dan membangun pemahaman yang lebih baik melalui interaksi sosial. Guru dapat berperan sebagai fasilitator dalam diskusi tersebut, memberikan pertanyaan yang mendorong pemikiran kritis dan merangsang diskusi yang mendalam.

5. Memberikan Umpan Balik yang Konstruktif: Berikan umpan balik yang konstruktif kepada siswa secara teratur. Berikan pujian yang spesifik dan jelas ketika siswa berhasil menguasai konsep matematika. Selain itu, berikan umpan balik yang membantu siswa memperbaiki kesalahan atau kekurangan mereka dalam pemahaman matematika. Dengan umpan balik yang efektif, siswa dapat memperbaiki pemahaman mereka dan meningkatkan kinerja belajar mereka.
6. Menggunakan Teknologi dalam Pembelajaran: Manfaatkan teknologi dalam pembelajaran matematika. Gunakan aplikasi, perangkat lunak, atau platform pembelajaran digital yang memungkinkan siswa untuk berinteraksi dengan konsep matematika secara interaktif. Teknologi dapat menyajikan materi dengan cara yang menarik dan memfasilitasi eksplorasi mandiri siswa. Selain itu, teknologi juga dapat memberikan umpan balik instan kepada siswa, sehingga mereka dapat melihat kemajuan dan perbaikan dalam pemahaman mereka.

Dengan menerapkan cara-cara di atas, guru dapat mengintegrasikan berbagai teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI. Hal ini akan membantu menciptakan pengalaman pembelajaran yang inklusif, menarik, dan relevan bagi siswa, serta mendukung perkembangan dan pemahaman mereka dalam matematika.

8. Menyesuaikan strategi pembelajaran dengan prinsip-prinsip teori-teori belajar yang relevan dengan pembelajaran Matematika di MI

Dalam pembelajaran matematika di MI, sangat penting untuk menyesuaikan strategi pembelajaran dengan prinsip-prinsip teori-teori belajar yang relevan. Dengan melakukannya, guru dapat menciptakan pengalaman pembelajaran yang efektif, menarik, dan sesuai dengan kebutuhan serta karakteristik siswa. Berikut adalah narasi mengenai pentingnya menyesuaikan strategi pembelajaran dengan prinsip-prinsip teori-teori belajar yang relevan:

Dalam membangun pengalaman pembelajaran matematika yang efektif, guru dapat memanfaatkan prinsip-prinsip teori belajar yang relevan, seperti konstruktivisme, kognitivisme, sosial-konstruktivisme, dan teori belajar berbasis emosi. Prinsip-prinsip ini memandu guru untuk memahami bagaimana siswa belajar dan bagaimana mereka membangun pengetahuan matematika mereka sendiri. Dalam konteks konstruktivisme, guru dapat menerapkan strategi pembelajaran yang memungkinkan siswa untuk aktif berpartisipasi dalam membangun pemahaman matematika mereka. Guru dapat memberikan tugas-tugas terbuka yang mengajak siswa untuk berpikir kritis, merumuskan masalah, dan menemukan solusi matematis secara mandiri. Dengan memberikan kesempatan untuk eksplorasi dan diskusi, guru membantu siswa dalam membangun konstruksi pengetahuan matematika mereka sendiri.

Dalam kognitivisme, guru dapat mengaplikasikan strategi pembelajaran yang memfokuskan pada pemrosesan informasi dan pengorganisasian pengetahuan matematika. Guru dapat menggunakan peta konsep atau diagram untuk membantu siswa memahami hubungan antara konsep-konsep matematika yang berbeda. Selain itu, guru dapat memberikan petunjuk yang jelas dan langkah-langkah yang terstruktur untuk membantu siswa memahami konsep-konsep matematika secara sistematis. Dalam sosial-konstruktivisme, guru dapat menerapkan

strategi pembelajaran yang memfasilitasi interaksi sosial dan kolaborasi antara siswa. Guru dapat membagi siswa menjadi kelompok kerja yang berbeda, di mana mereka saling bekerja sama dalam memecahkan masalah matematika, berdiskusi, dan saling mendukung dalam pemahaman konsep. Kolaborasi ini membantu siswa untuk belajar dari satu sama lain, mengembangkan pemahaman yang lebih dalam, dan memperluas pandangan mereka tentang matematika.

Dalam teori belajar berbasis emosi, guru dapat menciptakan lingkungan pembelajaran yang positif, mendukung, dan mendorong motivasi intrinsik siswa. Guru dapat menggunakan pendekatan yang menarik dan relevan dengan kehidupan siswa, menyajikan tantangan matematika yang menantang tetapi dapat dicapai, dan memberikan umpan balik yang konstruktif. Hal ini membantu siswa merasa termotivasi, percaya diri, dan mengembangkan sikap positif terhadap matematika.

Berikut adalah narasi tentang pentingnya menyesuaikan strategi pembelajaran dengan prinsip-prinsip teori-teori belajar yang relevan:

1. **Konstruktivisme:** Prinsip konstruktivisme mengemukakan bahwa siswa aktif membangun pengetahuan dan pemahaman mereka sendiri melalui interaksi dengan lingkungan dan pengalaman belajar. Dalam konteks pembelajaran matematika di MI, guru dapat menerapkan strategi yang memungkinkan siswa untuk eksplorasi, mencoba, dan berpikir kritis. Misalnya, guru dapat memberikan tugas-tugas terbuka yang memungkinkan siswa menemukan pola atau hubungan dalam matematika melalui pemecahan masalah. Selain itu, guru juga dapat memberikan kesempatan bagi siswa untuk berdiskusi, berkolaborasi, dan saling berbagi pemahaman mereka.
2. **Kognitivisme:** Prinsip kognitivisme menekankan bahwa pembelajaran melibatkan pemrosesan informasi dan pengorganisasian pengetahuan di dalam pikiran siswa. Dalam

pembelajaran matematika di MI, guru dapat menggunakan strategi yang membantu siswa memahami konsep-konsep matematika secara sistematis. Misalnya, guru dapat menggunakan model visual seperti peta konsep atau diagram yang membantu siswa melihat hubungan antara konsep-konsep matematika. Selain itu, guru dapat memberikan petunjuk langkah demi langkah yang terstruktur dalam memecahkan masalah matematika.

3. Sosial-konstruktivisme: Prinsip sosial-konstruktivisme menekankan pentingnya interaksi sosial dan kolaborasi dalam pembelajaran. Dalam pembelajaran matematika di MI, guru dapat menerapkan strategi yang memfasilitasi diskusi kelompok, kerja tim, dan proyek kolaboratif. Misalnya, guru dapat memberikan tugas kelompok yang mendorong siswa untuk berbagi ide, berdebat, dan bekerja sama dalam memecahkan masalah matematika. Melalui interaksi ini, siswa dapat saling belajar, memperluas pemahaman mereka, dan membangun konstruksi pengetahuan matematika yang lebih kuat.
4. Pembelajaran Berbasis Masalah: Pendekatan pembelajaran berbasis masalah mendorong siswa untuk mengidentifikasi, menganalisis, dan memecahkan masalah nyata melalui pemahaman matematika. Guru dapat menyajikan situasi nyata atau masalah dalam kehidupan sehari-hari yang relevan dengan matematika dan meminta siswa untuk menerapkan konsep-konsep matematika dalam memecahkannya. Dengan demikian, siswa akan melihat kegunaan dan relevansi matematika dalam konteks kehidupan mereka, sehingga memotivasi mereka untuk belajar dengan lebih baik.

Dengan menyesuaikan strategi pembelajaran dengan prinsip-prinsip teori-teori belajar yang relevan, guru dapat menciptakan pengalaman pembelajaran matematika yang menarik, berarti, dan sesuai dengan kebutuhan siswa. Ini membantu siswa dalam membangun

pemahaman yang kuat, mengembangkan keterampilan berpikir kritis, dan meningkatkan minat mereka terhadap Matematika.

C. Menerapkan salah satu atau gabungan beberapa teori belajar dalam merancang pembelajaran Matematika di MI

Salah satu teori belajar yang dapat diterapkan adalah konstruktivisme. Dalam konteks pembelajaran Matematika di MI, guru dapat memfasilitasi siswa untuk aktif terlibat dalam membangun pengetahuan Matematika mereka sendiri. Guru dapat memberikan tugas-tugas terbuka yang memungkinkan siswa untuk mencoba, eksplorasi, dan berpikir kritis dalam memecahkan masalah Matematika. Dalam proses ini, siswa akan mengembangkan konstruksi pengetahuan Matematika mereka sendiri melalui refleksi, diskusi, dan kolaborasi dengan teman sekelas.

Selain itu, penerapan teori kognitivisme juga penting dalam pembelajaran Matematika di MI. Guru dapat membantu siswa dalam memahami konsep-konsep Matematika dengan memberikan petunjuk langkah demi langkah yang terstruktur. Guru juga dapat menggunakan model visual seperti peta konsep atau diagram untuk membantu siswa mengorganisasi pengetahuan Matematika mereka dengan lebih baik. Dengan pendekatan ini, siswa akan mampu memproses informasi matematika dengan lebih baik dan membangun pemahaman yang lebih mendalam.

Selanjutnya, teori sosial-konstruktivisme juga dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika di MI. Guru dapat mendorong interaksi sosial dan kolaborasi di antara siswa, baik melalui diskusi kelompok maupun proyek kolaboratif. Melalui diskusi dan kerja sama, siswa dapat saling belajar, berbagi ide, dan membangun pemahaman matematika yang lebih luas. Guru juga dapat memfasilitasi aktivitas berbasis masalah di mana siswa bekerja bersama untuk memecahkan

masalah matematika yang relevan dengan kehidupan sehari-hari mereka. Hal ini membantu siswa untuk melihat aplikasi praktis matematika dalam konteks nyata.

Penerapan gabungan teori-teori belajar ini dalam pembelajaran matematika di MI akan menciptakan pengalaman pembelajaran yang holistik dan beragam. Guru dapat menyusun rencana pembelajaran yang mengintegrasikan tugas-tugas terbuka, petunjuk terstruktur, interaksi sosial, dan aplikasi praktis matematika. Selain itu, guru juga dapat memberikan umpan balik yang konstruktif kepada siswa, sehingga mereka dapat melihat kemajuan dan perbaikan dalam pemahaman matematika mereka. Dengan demikian, siswa akan merasakan pembelajaran matematika yang relevan, menarik, dan bermakna, serta mampu mengembangkan pemahaman dan keterampilan matematika yang kuat.

I. Mengintegrasikan interaksi sosial dalam desain pembelajaran Matematika di MI

Dalam desain pembelajaran Matematika di MI, mengintegrasikan interaksi sosial menjadi hal yang penting. Interaksi sosial dapat membantu siswa dalam membangun pemahaman matematika yang lebih dalam, meningkatkan keterlibatan mereka dalam pembelajaran, dan merangsang pemikiran kritis serta kreativitas. Saat merancang pembelajaran matematika, guru dapat mempertimbangkan aktivitas yang mendorong interaksi sosial di antara siswa. Misalnya, guru dapat menyusun tugas kelompok yang mengharuskan siswa bekerja sama dalam memecahkan masalah matematika. Dalam kelompok, siswa dapat saling berdiskusi, berbagi ide, dan memperluas pemahaman mereka. Mereka dapat membantu satu sama lain dalam mengatasi hambatan dan mencari solusi yang lebih kreatif. Selain itu, guru juga dapat menyediakan kesempatan untuk presentasi kelompok, di mana siswa dapat berbagi pemecahan masalah dan pemikiran mereka

kepada teman sekelas.

Selain tugas kelompok, guru juga dapat menggunakan strategi pembelajaran yang mendorong interaksi sosial di kelas. Misalnya, guru dapat menyelenggarakan diskusi kelas yang melibatkan siswa dalam berbagi pemikiran, bertukar pendapat, dan mendebat konsep-konsep matematika. Diskusi kelas memungkinkan siswa untuk mendengar perspektif yang berbeda, memperluas pemahaman mereka, dan belajar dari pengalaman teman sekelas. Guru dapat bertindak sebagai fasilitator dalam diskusi ini, memandu siswa untuk berpikir kritis dan mendorong pertanyaan serta refleksi yang mendalam. Guru dapat menggunakan teknologi sebagai alat untuk mendukung interaksi sosial dalam pembelajaran matematika. Misalnya, guru dapat memanfaatkan platform pembelajaran daring yang memungkinkan siswa berinteraksi satu sama lain secara virtual. Mereka dapat berkolaborasi dalam proyek-proyek matematika, berbagi sumber daya, dan memberikan umpan balik kepada teman sekelas melalui fitur-fitur yang disediakan. Teknologi juga memungkinkan siswa untuk berkomunikasi di luar waktu pembelajaran, membentuk komunitas pembelajaran yang aktif dan saling mendukung.

Dalam pengajaran matematika di MI, mengintegrasikan interaksi sosial dapat membantu siswa dalam mengembangkan keterampilan sosial, kemampuan berpikir kritis, dan rasa percaya diri. Mereka belajar untuk berkomunikasi, bekerja sama dalam kelompok, mendengarkan dan menghormati pendapat orang lain, serta membangun sikap inklusif. Interaksi sosial juga menciptakan lingkungan yang menyenangkan dan mendukung, di mana siswa merasa aman untuk berbagi pemikiran dan belajar dari satu sama lain. Guru juga perlu memastikan adanya aturan dan norma yang jelas mengenai komunikasi dan kerja sama dalam pembelajaran matematika. Guru dapat memberikan panduan yang jelas tentang bagaimana berdiskusi dengan hormat, memberikan umpan balik yang konstruktif, dan mendukung satu sama lain

dalam mencapai tujuan pembelajaran. Dengan demikian, siswa dapat merasakan manfaat interaksi sosial yang positif dalam proses pembelajaran matematika mereka.

2. Penerapan kerja kelompok dan kolaborasi dalam pembelajaran matematika untuk memberdayakan diskusi dan pemecahan masalah bersama

Dalam pembelajaran matematika di MI, penerapan kerja kelompok dan kolaborasi dapat menjadi strategi yang efektif untuk memberdayakan diskusi dan pemecahan masalah bersama. Melalui kerja kelompok, siswa dapat saling mendukung, berbagi ide, dan membangun pemahaman matematika yang lebih mendalam. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat mengorganisir siswa ke dalam kelompok yang terdiri dari 3-5 anggota. Setiap kelompok diberi tugas atau masalah matematika yang harus mereka pecahkan bersama. Dalam kerja kelompok, siswa dapat berdiskusi, berbagi ide, dan saling memberikan dukungan dalam memahami dan memecahkan masalah tersebut. Mereka dapat menggunakan pemikiran kritis, argumentasi, dan logika matematika untuk mencari solusi yang tepat.

Guru dapat memberikan peran yang berbeda kepada setiap anggota kelompok. Misalnya, ada yang bertindak sebagai pemimpin diskusi, seseorang yang bertanggung jawab untuk memastikan semua anggota kelompok terlibat, dan seseorang yang mencatat hasil diskusi. Dengan demikian, setiap anggota kelompok memiliki tanggung jawab yang jelas dan dapat berkontribusi secara aktif dalam diskusi dan pemecahan masalah. Pada tahap awal kerja kelompok, guru dapat memberikan panduan atau strategi yang berguna dalam memecahkan masalah matematika. Guru dapat memfasilitasi diskusi dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan terbuka yang mendorong siswa untuk berpikir lebih dalam. Guru juga dapat memberikan umpan balik yang konstruktif dan membantu siswa dalam merumuskan strategi pemecahan masalah yang efektif.

Selain kerja kelompok dalam kelas, guru juga dapat mendorong kolaborasi di luar kelas. Misalnya, siswa dapat bekerja sama dalam proyek-proyek matematika yang melibatkan pengumpulan data, analisis, dan presentasi hasil. Mereka dapat bekerja dalam kelompok yang berbeda dari kelompok kelas mereka, sehingga mereka memiliki kesempatan untuk berinteraksi dengan siswa lain dan memperluas jaringan sosial mereka. Kolaborasi di luar kelas juga dapat meningkatkan keterampilan sosial, kemampuan berkomunikasi, dan kerja tim siswa. Dengan menerapkan kerja kelompok dan kolaborasi dalam pembelajaran matematika, siswa dapat merasakan manfaat yang signifikan. Mereka dapat memperoleh perspektif baru, melihat berbagai pendekatan dalam pemecahan masalah matematika, dan memperluas pemahaman mereka melalui diskusi dan pertukaran ide. Selain itu, kerja kelompok dan kolaborasi juga dapat membantu siswa mengembangkan keterampilan sosial, seperti kemampuan mendengarkan, bekerja dalam tim, dan menghargai pendapat orang lain.

Dalam mengimplementasikan kerja kelompok dan kolaborasi, guru perlu memastikan adanya pengawasan yang tepat untuk memastikan setiap anggota kelompok terlibat secara aktif dan adil. Guru juga dapat memberikan pedoman tentang etika kerja kelompok, seperti menghargai pendapat orang lain, berbagi tanggung jawab, dan bekerja dengan sikap inklusif. Dengan demikian, siswa dapat menjalankan kerja kelompok dengan efektif dan meraih hasil pembelajaran matematika yang optimal.

3. Memfasilitasi pembelajaran berbasis ceramah, pertanyaan dan diskusi dalam kelas matematika di MI

Dalam pembelajaran matematika di MI, penting bagi guru untuk memfasilitasi pembelajaran berbasis ceramah, pertanyaan, dan diskusi. Pendekatan ini memungkinkan siswa untuk aktif terlibat dalam proses pembelajaran, mendorong pemahaman yang lebih dalam, dan

membangun keterampilan berpikir kritis. Guru memulai pembelajaran matematika dengan memberikan ceramah yang mengenalkan konsep atau topik tertentu. Ceramah tersebut bertujuan untuk memberikan pemahaman dasar kepada siswa dan menggambarkan konsep matematika dengan jelas. Guru dapat menggunakan berbagai media atau visualisasi yang menarik untuk memperjelas konsep tersebut. Ceramah ini diarahkan untuk memberikan landasan yang kuat sebelum siswa terlibat dalam kegiatan interaktif selanjutnya.

Setelah ceramah, guru memfasilitasi sesi pertanyaan dan diskusi. Guru mengajukan pertanyaan yang mendorong siswa untuk berpikir kritis dan menerapkan konsep yang telah dipelajari. Pertanyaan ini dapat berupa pertanyaan terbuka yang merangsang pemikiran kreatif dan refleksi mendalam. Guru memberikan waktu bagi siswa untuk berpikir dan merumuskan jawaban mereka sendiri sebelum berbagi dengan kelas. Guru juga mengelola diskusi kelas yang melibatkan siswa dalam berbagi pemikiran dan pendapat mereka tentang konsep matematika yang sedang dipelajari. Diskusi kelas mendorong siswa untuk saling mendengarkan dan menghargai perspektif yang berbeda. Guru berperan sebagai fasilitator, membimbing diskusi dengan memberikan pertanyaan tambahan, menyimpulkan ide-ide penting, dan memastikan bahwa setiap siswa terlibat aktif dalam diskusi.

Selama diskusi, guru juga memberikan umpan balik yang konstruktif untuk membantu siswa dalam memperbaiki pemahaman mereka. Umpan balik ini bisa berupa pujian atas pemikiran yang baik, pertanyaan untuk memperjelas pemahaman, atau saran untuk melihat konsep dari sudut pandang yang berbeda. Dengan memberikan umpan balik yang tepat, guru membantu siswa memperdalam pemahaman mereka dan mengembangkan keterampilan berpikir kritis. Dalam memfasilitasi pembelajaran berbasis ceramah, pertanyaan, dan diskusi, guru juga memperhatikan kebutuhan individual siswa. Guru dapat memberikan tantangan tambahan kepada siswa yang lebih

mampu, sementara juga memberikan dukungan tambahan kepada siswa yang menghadapi kesulitan. Guru dapat mengadopsi pendekatan diferensiasi, menyediakan materi dan kegiatan yang sesuai dengan tingkat kemampuan siswa, sehingga setiap siswa dapat berpartisipasi secara aktif dan merasa dihargai dalam proses pembelajaran.

Dengan memfasilitasi pembelajaran berbasis ceramah, pertanyaan, dan diskusi, siswa di MI dapat mengembangkan pemahaman matematika yang mendalam, keterampilan berpikir kritis, dan kemampuan komunikasi yang baik. Mereka belajar untuk berpikir secara mandiri, merumuskan pertanyaan yang relevan, dan mengartikulasikan pemikiran mereka dengan jelas. Selain itu, dengan terlibat dalam diskusi, siswa juga dapat memperoleh perspektif baru dari teman sekelas mereka dan membangun keterampilan sosial dalam berkomunikasi dan bekerja sama.

4. Memadukan strategi dan pendekatan yang sesuai untuk menciptakan pengalaman belajar yang holistik dan terintegrasi

Dalam pembelajaran matematika di MI, penting untuk memadukan berbagai strategi dan pendekatan yang sesuai guna menciptakan pengalaman belajar yang holistik dan terintegrasi. Pendekatan ini akan memungkinkan siswa untuk menghubungkan konsep matematika dengan kehidupan sehari-hari, mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam, dan memperoleh keterampilan yang relevan. Guru dapat memulai dengan pendekatan kontekstual dalam pembelajaran matematika. Ini berarti mengaitkan konsep matematika dengan situasi nyata atau kehidupan sehari-hari siswa. Misalnya, guru dapat menghadirkan soal matematika yang terkait dengan masalah di sekitar mereka, seperti menghitung jumlah uang belanja atau mengukur panjang dan lebar ruangan. Dengan pendekatan ini, siswa dapat melihat relevansi matematika dalam kehidupan mereka dan

memahami bagaimana konsep matematika dapat diterapkan dalam situasi yang konkret.

Guru dapat menerapkan pendekatan berbasis proyek dalam pembelajaran matematika. Dalam pendekatan ini, siswa diberi kesempatan untuk menyelidiki masalah matematika yang lebih kompleks melalui proyek-proyek yang melibatkan pengumpulan data, analisis, dan presentasi hasil. Misalnya, siswa dapat merancang survei dan menganalisis data yang dikumpulkan untuk mempelajari konsep statistik. Dengan proyek ini, siswa dapat mengembangkan keterampilan pemecahan masalah yang lebih dalam dan melihat hubungan antara konsep matematika dengan konteks yang lebih luas. Selain itu, guru dapat mengintegrasikan teknologi dalam pembelajaran matematika. Penggunaan perangkat lunak matematika, aplikasi, atau alat digital lainnya dapat membantu siswa untuk memvisualisasikan konsep matematika, melakukan simulasi, dan berinteraksi dengan materi secara lebih dinamis. Misalnya, siswa dapat menggunakan *software* grafik untuk memahami pola dan hubungan matematika, atau menggunakan aplikasi geometri untuk melakukan konstruksi bangun geometri. Integrasi teknologi akan membantu siswa terlibat secara aktif dan memperluas pemahaman mereka melalui pengalaman berbasis teknologi.

Pendekatan *cooperative learning* dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika. Dalam pendekatan ini, siswa bekerja dalam kelompok kecil untuk mencapai tujuan pembelajaran bersama. Mereka saling mendukung, berbagi ide, dan berkolaborasi dalam memecahkan masalah matematika. Guru dapat memberikan tugas atau masalah yang memerlukan kerjasama antar siswa untuk mencapai solusi yang tepat. Dengan bekerja sama, siswa dapat mengembangkan keterampilan sosial, keterampilan komunikasi, dan keterampilan pemecahan masalah secara kolaboratif. Terakhir, guru juga dapat menerapkan pendekatan diferensiasi dalam pembelajaran matematika. Pendekatan ini memungkinkan guru untuk menyesuaikan instruksi dan

materi pembelajaran dengan kebutuhan individual siswa. Guru dapat memberikan tantangan tambahan kepada siswa yang lebih mampu, sementara juga memberikan dukungan tambahan kepada siswa yang menghadapi kesulitan. Dengan pendekatan diferensiasi, setiap siswa dapat merasa dihargai dan terlibat dalam proses pembelajaran.

Dengan memadukan strategi dan pendekatan yang sesuai, siswa di MI akan mengalami pengalaman belajar yang holistik dan terintegrasi. Mereka akan melihat relevansi matematika dalam kehidupan sehari-hari, mengembangkan keterampilan pemecahan masalah yang mendalam, dan merasakan kebermaknaan dalam pembelajaran matematika. Selain itu, mereka juga akan mengembangkan keterampilan sosial, keterampilan kolaborasi, dan keterampilan komunikasi yang penting dalam konteks matematika.

5. Memantau dan mengevaluasi efektifitas penerapan gabungan teori-teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI

Pemantauan dan evaluasi efektivitas penerapan gabungan teori-teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI sangat penting untuk memastikan bahwa siswa mendapatkan pengalaman pembelajaran yang maksimal. Dalam upaya untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, guru perlu secara terus-menerus memantau dan mengevaluasi efektivitas strategi pembelajaran yang digunakan. Berikut adalah narasi tentang pentingnya memantau dan mengevaluasi efektivitas penerapan gabungan teori-teori belajar dalam pembelajaran matematika di MI:

1. **Pemantauan Langsung:** Guru dapat melakukan pemantauan langsung terhadap kegiatan pembelajaran di kelas. Ini meliputi mengamati interaksi antara guru dan siswa, tingkat partisipasi siswa, dan pemahaman siswa terhadap konsep matematika yang diajarkan. Pemantauan langsung memungkinkan guru untuk melihat secara real-time bagaimana strategi pembelajaran berjalan dan apakah siswa terlibat secara aktif dalam proses pembelajaran.

2. **Pengumpulan Data:** Guru perlu mengumpulkan data mengenai kemajuan belajar siswa. Data ini dapat berupa hasil tes, tugas, atau proyek yang dilakukan oleh siswa. Dengan mengumpulkan data secara teratur, guru dapat melihat perkembangan siswa seiring waktu dan mengidentifikasi area yang memerlukan perhatian lebih.
3. **Analisis Data:** Setelah data terkumpul, guru perlu menganalisisnya untuk melihat sejauh mana siswa mencapai tujuan pembelajaran. Analisis data dapat membantu guru mengidentifikasi kekuatan dan kelemahan dalam penerapan gabungan teori-teori belajar. Guru dapat melihat pola dan tren pembelajaran yang membantu dalam mengevaluasi efektivitas strategi yang digunakan.
4. **Refleksi Guru:** Setelah analisis data dilakukan, guru perlu merefleksikan hasilnya dan mempertimbangkan langkah-langkah perbaikan. Guru dapat memikirkan alternatif strategi pembelajaran yang lebih sesuai dengan kebutuhan siswa. Mereka dapat mempertimbangkan modifikasi dalam penyampaian materi, penggunaan alat bantu, atau pendekatan pengajaran yang lebih efektif.
5. **Kolaborasi dan Diskusi:** Penting bagi guru untuk berkolaborasi dengan rekan sejawat dan mendiskusikan pengalaman mereka dalam penerapan gabungan teori-teori belajar. Melalui kolaborasi ini, guru dapat bertukar informasi, mendapatkan masukan, dan memperluas wawasan mereka. Diskusi juga dapat membantu guru dalam mengevaluasi strategi pembelajaran yang digunakan dan mencari solusi yang lebih efektif.
6. **Melibatkan Siswa:** Guru juga dapat melibatkan siswa dalam proses evaluasi. Siswa dapat memberikan umpan balik tentang pengalaman mereka dalam pembelajaran matematika dan memberikan saran untuk meningkatkan proses pembelajaran. Dengan melibatkan siswa dalam evaluasi, guru dapat memperoleh perspektif yang berharga dan memastikan bahwa pembelajaran matematika di MI sesuai dengan kebutuhan siswa.

Melalui pemantauan dan evaluasi yang berkelanjutan, guru dapat memperbaiki dan meningkatkan strategi pembelajaran matematika di MI. Dengan memastikan efektivitas penerapan gabungan teori-teori belajar, guru dapat menciptakan pengalaman pembelajaran yang lebih bermakna, mendalam, dan menginspirasi bagi siswa di MI.

D. Melaksanakan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar matematika

Melaksanakan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar matematika merupakan pendekatan yang efektif untuk membantu siswa membangun pemahaman yang mendalam tentang konsep-konsep matematika secara bertahap. Hierarki belajar matematika, yang dikemukakan oleh Robert Gagné, menunjukkan urutan tahapan belajar yang perlu ditempuh oleh siswa dalam memahami matematika.

Pertama, tahap Persepsi: Pada tahap ini, guru menyajikan informasi matematika kepada siswa dengan cara yang jelas dan terstruktur. Guru menggunakan contoh, ilustrasi, dan visualisasi yang membantu siswa mengamati dan mengenali konsep matematika secara visual. Siswa diberikan kesempatan untuk mengidentifikasi objek atau situasi matematika dalam lingkungan sekitar mereka. *Kedua*, tahap Persiapan: Setelah siswa mengenali konsep-konsep matematika melalui tahap persepsi, guru membantu siswa mempersiapkan diri untuk mempelajari konsep tersebut lebih dalam. Guru menyediakan informasi tambahan, memberikan definisi yang jelas, dan menyajikan aturan atau prosedur yang relevan. Siswa diberikan contoh-contoh dan latihan-latihan yang memperkuat pemahaman mereka.

Ketiga, tahap Kode Simbolik: Pada tahap ini, siswa mulai menggunakan simbol-simbol matematika, seperti angka, simbol operasi, dan notasi matematika lainnya. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk berlatih menggunakan simbol-simbol ini dalam

konteks matematika yang relevan. Siswa diajak untuk mengubah konsep-konsep matematika ke dalam bentuk simbolik. *Keempat*, tahap Konsolidasi: Setelah siswa memahami dan menggunakan simbol-simbol matematika, tahap konsolidasi melibatkan pemahaman yang lebih mendalam. Guru membantu siswa mengaitkan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari dengan konsep-konsep lain yang terkait. Siswa diajak untuk menerapkan konsep-konsep ini dalam situasi atau masalah matematika yang lebih kompleks.

Kelima, tahap Penggunaan Fleksibel: Pada tahap ini, siswa dapat mengaplikasikan konsep-konsep matematika dalam konteks yang berbeda dan menyelesaikan masalah-masalah matematika yang lebih kompleks. Guru memberikan tantangan dan tugas yang melibatkan pemecahan masalah, pemodelan matematika, dan penalaran matematis. Siswa diajak untuk menggunakan pengetahuan matematika mereka secara fleksibel dan kreatif. *Keenam*, tahap Integrasi: Tahap terakhir dalam hierarki belajar matematika adalah tahap integrasi. Pada tahap ini, siswa dapat mengintegrasikan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari dengan pengetahuan dan keterampilan matematika lainnya. Siswa dapat melihat hubungan antara konsep-konsep matematika dan menerapkannya dalam situasi dunia nyata.

Dengan melaksanakan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar matematika ini, guru dapat memastikan bahwa siswa membangun pemahaman matematika yang solid dan terintegrasi. Melalui langkah-langkah yang terstruktur dan mendalam ini, siswa dapat mengembangkan keterampilan berpikir matematis yang kuat dan mampu menghadapi tantangan matematika dengan percaya diri.

I. Tujuan Pelaksanaan Pembelajaran Matematika sesuai dengan Hierarki Belajar

Pelaksanaan pembelajaran matematika yang sesuai dengan hierarki belajar memiliki tujuan yang jelas dan terarah. Tujuan tersebut

adalah untuk memastikan bahwa siswa memahami konsep-konsep matematika secara mendalam dan dapat mengaplikasikannya dalam berbagai situasi. Bentuk implementasi pembelajaran matematika berdasarkan hierarki belajar di antaranya adalah: Membantu siswa mengamati dan mengenali konsep matematika, salah satu tujuan awal dalam hierarki belajar matematika adalah membantu siswa mengamati dan mengenali konsep-konsep matematika dalam lingkungan sekitar mereka. Dengan memperhatikan objek dan situasi matematika, siswa akan mulai memahami dan mengaitkan konsep-konsep matematika dengan dunia nyata. Memperkuat pemahaman siswa melalui persiapan: Tahap persiapan bertujuan untuk memperkuat pemahaman siswa dengan memberikan informasi tambahan, definisi yang jelas, dan aturan atau prosedur matematika yang relevan. Tujuannya adalah agar siswa memiliki landasan yang kuat sebelum melanjutkan ke tahap berikutnya.

Mengajarkan siswa menggunakan simbol-simbol matematika: Pada tahap kode simbolik, tujuan utamanya adalah mengajarkan siswa menggunakan simbol-simbol matematika, seperti angka dan simbol operasi. Dengan menggunakan simbol-simbol ini, siswa dapat memperluas pemahaman mereka tentang matematika dan mengomunikasikan ide matematika dengan lebih efektif. Mendorong siswa untuk mengkonsolidasikan pemahaman: Tahap konsolidasi bertujuan untuk membantu siswa mengaitkan dan mengintegrasikan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari. Melalui latihan dan penerapan konsep dalam konteks yang lebih kompleks, siswa akan memperdalam pemahaman mereka tentang matematika. Mengembangkan kemampuan siswa dalam menggunakan matematika secara fleksibel: Pada tahap penggunaan fleksibel, tujuannya adalah mengembangkan kemampuan siswa untuk menggunakan matematika dalam berbagai konteks dan dalam pemecahan masalah yang lebih kompleks. Siswa akan mampu mengaplikasikan konsep-konsep

matematika dengan kreativitas dan fleksibilitas. Mendorong integrasi pengetahuan matematika: Tujuan akhir dari hierarki belajar matematika adalah untuk mendorong integrasi pengetahuan matematika dalam kehidupan sehari-hari siswa. Siswa akan melihat hubungan antara konsep-konsep matematika dan mampu mengaplikasikannya dalam situasi dunia nyata. Mereka akan memahami bagaimana matematika terkait dengan disiplin lain dan bagaimana konsep-konsep matematika saling terhubung.

Dengan mencapai tujuan-tujuan ini, pelaksanaan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar akan memberikan fondasi yang kuat bagi siswa dalam memahami dan menguasai matematika. Siswa akan memiliki pemahaman yang mendalam, keterampilan berpikir matematis yang baik, dan kemampuan untuk mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari mereka.

Selain apa yang sudah dijelaskan di atas, tujuan pelaksanaan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar lainnya adalah sebagai berikut:

1. Mendorong kemampuan siswa dalam berpikir kritis: Dalam pembelajaran matematika, tujuan pentingnya adalah mendorong kemampuan siswa dalam berpikir kritis. Melalui penerapan hierarki belajar, siswa diajak untuk memahami dan menerapkan konsep-konsep matematika secara mendalam, melakukan analisis yang baik, dan mengambil keputusan yang rasional. Ini membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir kritis yang dapat diterapkan di berbagai aspek kehidupan.
2. Membantu siswa mengembangkan keterampilan pemecahan masalah: Pembelajaran matematika berfokus pada pengembangan keterampilan pemecahan masalah. Dalam hierarki belajar, siswa diberikan tantangan dan masalah matematika yang membutuhkan pemikiran kreatif dan pemecahan masalah yang sistematis. Tujuannya adalah mengembangkan kemampuan siswa dalam

mengidentifikasi masalah, merumuskan strategi pemecahan, dan mencari solusi yang tepat.

3. Memupuk rasa percaya diri siswa: Melalui implementasi hierarki belajar, tujuan lainnya adalah memupuk rasa percaya diri siswa dalam mempelajari dan menguasai matematika. Proses belajar yang terstruktur, bertahap, dan mendalam membantu siswa merasa yakin dalam kemampuan mereka untuk memahami konsep-konsep matematika dan menghadapi tantangan matematika.
4. Menyediakan dasar yang kuat untuk pembelajaran matematika berkelanjutan: Implementasi hierarki belajar matematika juga bertujuan untuk memberikan dasar yang kuat bagi pembelajaran matematika berkelanjutan. Dengan memastikan siswa memahami konsep-konsep dasar dengan baik, mereka akan memiliki landasan yang kuat untuk mempelajari konsep-konsep matematika yang lebih kompleks di tingkat yang lebih tinggi. Hal ini membantu siswa dalam membangun pemahaman yang berkelanjutan dan menghindari kesulitan di masa depan.
5. Mengembangkan minat dan motivasi siswa terhadap matematika: Salah satu tujuan penting dari pembelajaran matematika adalah mengembangkan minat dan motivasi siswa terhadap matematika. Dengan memberikan pengalaman pembelajaran yang menyenangkan, menarik, dan relevan dengan kehidupan sehari-hari siswa, hierarki belajar matematika membantu siswa merasa terlibat dan tertarik pada matematika. Hal ini meningkatkan minat dan motivasi siswa untuk terus belajar dan mengembangkan kemampuan matematika mereka.

Dengan mencapai tujuan-tujuan ini, pelaksanaan pembelajaran matematika sesuai dengan hierarki belajar memberikan manfaat jangka panjang bagi siswa. Mereka tidak hanya akan menguasai konsep-konsep matematika, tetapi juga mengembangkan keterampilan

berpikir kritis, pemecahan masalah, rasa percaya diri, minat, dan motivasi terhadap matematika. Hal ini akan memberikan fondasi yang kuat bagi kesuksesan akademik mereka di bidang matematika dan juga kehidupan sehari-hari mereka.

2. Merancang aktivitas pembelajaran yang mengikuti urutan hierarki belajar matematika

Merancang aktivitas pembelajaran yang mengikuti urutan hierarki belajar matematika merupakan pendekatan yang efektif dalam membantu siswa memahami konsep matematika secara mendalam. Dengan memperhatikan urutan hierarki belajar, guru dapat menyusun aktivitas yang progresif dan terstruktur, memungkinkan siswa untuk membangun pemahaman mereka secara bertahap. Pentingnya merancang aktivitas pembelajaran yang mengikuti urutan hierarki belajar matematika:

Tahap pertama, dalam merancang aktivitas pembelajaran adalah memperhatikan tahap observasi dan pengenalan konsep. Pada tahap ini, guru dapat menggunakan aktivitas yang mengarahkan siswa untuk mengamati dan mengenali konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, guru dapat memberikan situasi nyata yang melibatkan penggunaan matematika, seperti menghitung jumlah barang di toko atau membandingkan harga produk. Aktivitas ini membantu siswa mengenali konsep matematika secara kontekstual. Tahap berikutnya adalah persiapan, di mana guru memperkuat pemahaman siswa dengan memberikan informasi tambahan, definisi yang jelas, dan aturan matematika yang relevan. Aktivitas pada tahap ini dapat berupa ceramah, presentasi, atau membaca materi terkait. Guru juga dapat menggunakan media visual, contoh konkret, atau ilustrasi yang membantu siswa memahami konsep matematika dengan lebih baik.

Tahap kode simbolik memegang peran penting dalam pengembangan pemahaman matematika siswa. Guru dapat merancang aktivitas yang mendorong siswa untuk menggunakan simbol-simbol

matematika, seperti angka, simbol operasi, dan rumus. Contohnya adalah memberikan latihan penulisan persamaan matematika, menerjemahkan kalimat matematika menjadi ekspresi simbolik, atau memecahkan masalah matematika dengan menggunakan notasi matematika yang tepat. Tahap konsolidasi juga perlu diperhatikan dalam merancang aktivitas pembelajaran. Pada tahap ini, siswa dihadapkan pada situasi di mana mereka harus mengaitkan dan mengintegrasikan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari. Aktivitas seperti permainan matematika, penyelesaian masalah, atau proyek kolaboratif memungkinkan siswa untuk melatih pemahaman mereka secara menyeluruh dan menerapkan konsep-konsep dalam konteks yang lebih kompleks.

Tahap penggunaan fleksibel membutuhkan aktivitas yang memungkinkan siswa untuk mengaplikasikan konsep-konsep matematika dalam berbagai situasi dan pemecahan masalah yang lebih kompleks. Misalnya, siswa dapat diberi tugas eksplorasi matematika yang melibatkan penelitian, eksperimen, atau analisis data. Aktivitas ini mendorong siswa untuk berpikir kritis, menggunakan keterampilan berpikir matematis, dan menemukan solusi yang kreatif. Terakhir, dalam tahap integrasi pengetahuan, guru dapat merancang aktivitas yang melibatkan refleksi, diskusi, dan penerapan matematika dalam konteks kehidupan nyata. Siswa diajak untuk mengaitkan konsep-konsep matematika dengan pengetahuan dan pengalaman mereka di luar kelas, serta mengidentifikasi kegunaan matematika dalam berbagai bidang atau profesi.

Dengan merancang aktivitas pembelajaran yang mengikuti urutan hierarki belajar matematika ini, guru dapat membantu siswa membangun pemahaman matematika yang kokoh dan terintegrasi. Aktivitas yang progresif dan terstruktur memungkinkan siswa untuk memperoleh pemahaman yang mendalam dan dapat diaplikasikan dalam konteks yang lebih luas. Selain itu, siswa juga

dapat mengembangkan keterampilan berpikir matematis, pemecahan masalah, dan kreativitas yang esensial dalam mempelajari matematika.

Berikut adalah contoh riil dari merancang aktivitas pembelajaran matematika yang mengikuti urutan hierarki belajar:

1. Tahap observasi dan pengenalan konsep: Guru memulai dengan mengajukan pertanyaan kepada siswa tentang situasi nyata yang melibatkan matematika, misalnya, bagaimana menghitung luas sebuah taman atau membagi makanan dengan adil. Siswa diminta untuk mengamati dan mengidentifikasi konsep matematika yang terlibat dalam situasi tersebut.
2. Tahap persiapan: Guru memberikan penjelasan tentang konsep matematika yang terkait dengan situasi tersebut, seperti konsep pengukuran, pembagian, atau perbandingan. Guru juga menggunakan media visual, contoh konkret, atau gambar untuk memperkuat pemahaman siswa.
3. Tahap kode simbolik: Siswa diberi latihan menuliskan persamaan matematika yang relevan dengan situasi tersebut. Misalnya, mereka diminta untuk menuliskan persamaan luas taman atau memecahkan persamaan sederhana yang melibatkan pembagian.
4. Tahap konsolidasi: Siswa bekerja dalam kelompok untuk menyelesaikan masalah matematika yang lebih kompleks, yang melibatkan penerapan konsep-konsep yang telah dipelajari. Misalnya, mereka dapat diberikan tugas untuk merancang taman dengan ukuran tertentu atau memecahkan masalah yang melibatkan perbandingan antara dua hal.
5. Tahap penggunaan fleksibel: Siswa diberikan tugas eksplorasi matematika yang melibatkan penelitian, eksperimen, atau analisis data. Misalnya, mereka dapat diminta untuk mengumpulkan data tentang tinggi badan siswa di sekolah dan menganalisisnya menggunakan konsep statistik.
6. Tahap integrasi pengetahuan: Siswa mengaitkan konsep

matematika dengan pengetahuan dan pengalaman mereka di luar kelas. Misalnya, mereka dapat berdiskusi tentang penggunaan matematika dalam bidang arsitektur, keuangan, atau olahraga.

Contoh ini menunjukkan bagaimana guru dapat merancang aktivitas pembelajaran yang mempertimbangkan urutan hierarki belajar matematika. Setiap tahap membangun pemahaman siswa secara progresif, mulai dari pengamatan hingga penerapan dalam konteks yang lebih luas. Aktivitas tersebut memungkinkan siswa untuk mengembangkan pemahaman matematika yang mendalam dan relevan dengan kehidupan sehari-hari.

3. Mengembangkan kurikulum yang mencakup berbagai tahap hierarki belajar matematika

Mengembangkan kurikulum yang mencakup berbagai tahap hierarki belajar matematika di MI adalah langkah penting dalam memastikan siswa memperoleh pemahaman matematika yang komprehensif. Dengan merangkum konsep-konsep matematika ke dalam kurikulum yang berurutan dan progresif, guru dapat memastikan bahwa siswa memiliki fondasi yang kuat dalam membangun pemahaman matematika yang mendalam. Pentingnya mengembangkan kurikulum yang mencakup berbagai tahap hierarki belajar matematika di MI karena mengembangkan kurikulum yang mencakup berbagai tahap hierarki belajar matematika di MI adalah suatu keharusan karena setiap tahap memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika yang efektif. Tahap pertama, yaitu observasi dan pengenalan konsep, memungkinkan siswa mengamati dan mengenali konsep matematika dalam konteks nyata. Kurikulum perlu menyediakan aktivitas dan materi yang menarik perhatian siswa serta mengaitkan matematika dengan kehidupan sehari-hari mereka.

Tahap berikutnya, yaitu persiapan, memperkuat pemahaman siswa dengan memberikan informasi tambahan dan aturan matematika

yang relevan. Kurikulum perlu menyediakan sumber daya yang jelas dan terstruktur, seperti buku teks, modul, atau materi ajar yang mendukung pemahaman siswa. Selain itu, strategi pengajaran yang sesuai seperti ceramah, presentasi, atau diskusi juga dapat digunakan dalam mengembangkan pemahaman siswa. Tahap kode simbolik dalam hierarki belajar matematika memungkinkan siswa untuk memahami dan menggunakan simbol-simbol matematika secara efektif. Kurikulum perlu menyediakan latihan yang mengarahkan siswa untuk menggunakan notasi matematika, melakukan perhitungan, atau menulis persamaan matematika. Penggunaan teknologi, seperti perangkat lunak komputer atau aplikasi matematika, juga dapat membantu siswa dalam mempraktikkan keterampilan kode simbolik.

Tahap konsolidasi dalam kurikulum mengharuskan siswa mengintegrasikan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari dalam situasi yang lebih kompleks. Kurikulum dapat mengandung tugas proyek, penyelesaian masalah yang berbasis konteks, atau permainan matematika yang membutuhkan pemikiran kritis dan penerapan konsep-konsep matematika secara terintegrasi. Tahap penggunaan fleksibel memungkinkan siswa mengaplikasikan konsep-konsep matematika dalam berbagai situasi dan pemecahan masalah yang lebih kompleks. Kurikulum perlu menyediakan aktivitas yang mendorong siswa untuk berpikir kreatif, berkolaborasi dengan teman sekelas, dan menemukan solusi yang inovatif. Contoh aktivitas yang relevan adalah proyek penelitian, simulasi matematika, atau pemodelan matematika. Terakhir, tahap integrasi pengetahuan dalam kurikulum memungkinkan siswa mengaitkan konsep-konsep matematika dengan pengetahuan dan pengalaman mereka di luar kelas. Kurikulum perlu mengadopsi pendekatan interdisipliner yang mengintegrasikan matematika dengan bidang studi lain, seperti sains, teknologi, atau seni. Siswa diundang untuk mempertimbangkan peran dan aplikasi matematika dalam konteks dunia nyata.

Dalam mengembangkan kurikulum yang mencakup berbagai tahap hierarki belajar matematika di MI, penting untuk memperhatikan kebutuhan dan karakteristik siswa. Kurikulum haruslah fleksibel dan dapat disesuaikan dengan tingkat perkembangan kognitif dan kemampuan matematika siswa. Selain itu, melibatkan partisipasi siswa dalam proses pengembangan kurikulum dapat meningkatkan relevansi dan efektivitasnya. Dengan mengintegrasikan konsep-konsep matematika ke dalam kurikulum yang terstruktur, siswa dapat mengembangkan pemahaman matematika yang kokoh dan terintegrasi dalam pembelajaran mereka.

4. Mengembangkan pendekatan pembelajaran dan evaluasi untuk memfasilitasi perkembangan peserta didik dalam hierarki belajar

Mengembangkan pendekatan pembelajaran dan evaluasi yang memfasilitasi perkembangan peserta didik dalam hierarki belajar merupakan langkah penting dalam memastikan efektivitas pembelajaran matematika di MI. Dengan memperhatikan berbagai tahap hierarki belajar, guru dapat merancang strategi pembelajaran yang sesuai dengan tingkat pemahaman siswa dan memberikan umpan balik yang konstruktif untuk mempercepat perkembangan mereka. Pentingnya mengembangkan pendekatan pembelajaran dan evaluasi untuk memfasilitasi perkembangan peserta didik dalam hierarki belajar karena mengembangkan pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan hierarki belajar matematika adalah esensial agar siswa dapat membangun pemahaman yang kokoh dan berkelanjutan. Pendekatan ini haruslah progresif, dimulai dari tahap pengenalan konsep hingga penerapan yang lebih kompleks. Guru perlu menggunakan berbagai strategi pembelajaran yang melibatkan siswa secara aktif, seperti diskusi kelompok, eksperimen, penyelesaian masalah, atau proyek kolaboratif. Pendekatan ini mendorong siswa

untuk berpikir kritis, menerapkan konsep matematika dalam situasi nyata, dan mengaitkannya dengan pengetahuan dan pengalaman sehari-hari mereka.

Evaluasi yang memfasilitasi perkembangan peserta didik juga penting dalam pembelajaran matematika. Evaluasi haruslah berfokus pada pemahaman konsep dan kemampuan siswa dalam menerapkan konsep-konsep tersebut dalam konteks yang berbeda. Guru dapat menggunakan berbagai instrumen evaluasi, seperti tes, tugas proyek, atau penilaian kinerja, yang mencakup berbagai tingkat kognitif dan keterampilan matematika. Umpan balik yang konstruktif dan informatif harus diberikan kepada siswa untuk membantu mereka memahami kekuatan dan kelemahan mereka serta mengarahkan mereka pada langkah-langkah perbaikan. Selain itu, penting bagi guru untuk memonitor perkembangan individu siswa secara teratur dan memberikan dukungan tambahan jika diperlukan. Dengan memahami tingkat perkembangan kognitif dan kemampuan matematika masing-masing siswa, guru dapat menyesuaikan pendekatan pembelajaran dan memberikan bantuan yang tepat. Guru juga dapat menggunakan teknologi pendidikan yang relevan, seperti program komputer atau aplikasi matematika interaktif, untuk memberikan pengalaman belajar yang disesuaikan dengan kebutuhan individual siswa.

Dalam mengembangkan pendekatan pembelajaran dan evaluasi yang sesuai dengan hierarki belajar matematika, kolaborasi antara guru, siswa, dan orang tua juga sangat penting. Komunikasi yang terbuka dan terus-menerus antara semua pihak akan membantu mengidentifikasi kebutuhan dan tantangan siswa serta merancang strategi yang efektif untuk memfasilitasi perkembangan mereka dalam hierarki belajar matematika. Dengan mengembangkan pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan hierarki belajar dan evaluasi yang mendukung perkembangan peserta didik, pembelajaran matematika di MI dapat menjadi pengalaman yang berarti dan efektif. Siswa akan

memiliki kesempatan untuk mengembangkan pemahaman matematika yang mendalam, menguasai konsep-konsep yang lebih kompleks, dan mengaplikasikan pengetahuan matematika dalam konteks dunia nyata. Selain itu, mereka juga akan menjadi pembelajar yang aktif, kreatif, dan percaya diri dalam memecahkan masalah matematika.

BAB II

MENGENAL PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI TINGKAT MADRASAH IBTIDAIYAH

A. Mengenal Madrasah Ibtidaiyah

Dalam dunia pendidikan, matematika sering kali dianggap sebagai subjek yang menantang dan sulit dipahami oleh sebagian besar siswa. Buku teks yang kaku, rumus-rumus yang rumit, dan latihan-latihan monoton dapat menghilangkan semangat belajar siswa, bahkan sebelum mereka benar-benar memahami esensi matematika itu sendiri. Namun, di tengah perubahan paradigma pendidikan yang semakin dinamis, muncul konsep baru: pembelajaran matematika yang menyenangkan.

Pembelajaran matematika yang menyenangkan bukanlah sekadar usaha untuk menghibur siswa dengan permainan dan aktivitas semata. Lebih dari itu, pendekatan ini mengakui bahwa belajar matematika tidak harus melulu tentang hasil akhir dan angka-angka semata. Ia menawarkan cara yang inovatif dan inspiratif untuk membantu siswa mengembangkan pemahaman mendalam terhadap konsep-konsep matematika, sambil tetap mempertahankan rasa antusiasme dan minat dalam proses pembelajaran.

Dalam bab ini, kita akan menggali lebih dalam mengenai strategi-strategi pembelajaran matematika yang menyenangkan di lingkungan

Madrasah Ibtidaiyah. Melalui contoh-contoh nyata, kita akan melihat bagaimana pendekatan ini mampu mengubah kelas matematika dari "momok" menjadi momen yang penuh kegembiraan dan pemahaman. Dengan mengintegrasikan prinsip-prinsip pembelajaran yang interaktif, kreatif, dan berbasis penerapan nyata, pembelajaran matematika yang menyenangkan memiliki potensi untuk menciptakan generasi yang tidak hanya menguasai matematika, tetapi juga menyukainya. Yuk, mari kita jelajahi bersama bagaimana proses pembelajaran matematika yang menyenangkan ini dapat mengubah cara kita melihat dan mengajarkan matematika di Madrasah Ibtidaiyah.

B. Peran Matematika dalam Kurikulum Madrasah Ibtidaiyah

Di tengah kompleksitas perkembangan dunia modern, peran matematika dalam kurikulum Madrasah Ibtidaiyah memiliki arti yang sangat penting. Matematika bukan hanya sekadar rangkaian angka dan rumus, tetapi ia adalah bahasa universal yang mengajarkan kita tentang pemecahan masalah, logika, dan pemahaman tentang dunia di sekitar kita.

Ketika siswa memasuki Madrasah Ibtidaiyah, mereka tidak hanya memulai perjalanan akademik, tetapi juga perjalanan pemahaman terhadap konsep-konsep matematika yang mendasar. Matematika dalam kurikulum ini tidak hanya berfungsi untuk mempersiapkan siswa menghadapi mata pelajaran yang lebih kompleks di masa depan, tetapi juga melatih kemampuan berpikir kritis dan analitis mereka.

Dalam konteks Madrasah Ibtidaiyah, matematika membantu mengajarkan nilai-nilai Islam dalam keseharian siswa. Konsep tentang pengukuran, proporsi, dan geometri dapat diaplikasikan dalam pemahaman mengenai pengukuran dan pembangunan fisik masjid, rumah, atau lingkungan sekitar. Matematika juga membantu siswa memahami konsep zakat, menghitung harta yang perlu disedekahkan, dan memahami pentingnya mengelola keuangan dengan bijak, sesuai

dengan ajaran agama.

Selain itu, matematika juga membantu melatih ketekunan dan kerja keras. Ketika siswa dihadapkan pada permasalahan matematika yang memerlukan pemecahan bertahap, mereka belajar untuk tidak mudah menyerah. Mereka belajar bahwa pencapaian tidak datang begitu saja, tetapi membutuhkan usaha yang konsisten dan tekun.

Dalam kurikulum Madrasah Ibtidaiyah, matematika juga memberikan dasar-dasar logika dan pemikiran abstrak. Siswa diajak untuk berpikir kritis, mencari pola-pola, dan menemukan solusi terbaik untuk masalah yang diberikan. Kemampuan ini sangat berharga dalam membentuk pemikiran analitis yang tidak hanya diperlukan dalam matematika, tetapi juga dalam kehidupan sehari-hari.

Jadi, peran matematika dalam kurikulum Madrasah Ibtidaiyah sangatlah penting. Ia bukan hanya menjadi mata pelajaran biasa, tetapi sebuah jendela yang membuka wawasan, pemahaman, dan keterampilan yang akan membawa siswa menghadapi tantangan dunia dengan lebih siap dan percaya diri.

C. Prinsip Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah

Di tengah revolusi pendidikan yang terus berkembang, konsep pembelajaran matematika yang menyenangkan semakin menemukan tempatnya dalam kelas-kelas Madrasah Ibtidaiyah. Sudut pandang baru ini tidak hanya mengubah cara kita mengajarkan matematika, tetapi juga mengubah bagaimana siswa merespons dan berinteraksi dengan dunia angka dan rumus.

Prinsip pembelajaran matematika yang menyenangkan hadir sebagai tanggapan terhadap tantangan klasik: bagaimana membuat siswa lebih terlibat, termotivasi, dan penuh minat dalam mempelajari matematika. Lebih dari sekadar mengenalkan konsep-konsep matematika dengan cara yang konvensional, pendekatan ini

menggabungkan kreativitas, interaksi sosial, dan rasa kegembiraan dalam proses pembelajaran.

Dalam bab ini, kita akan memasuki dunia prinsip-prinsip yang membentuk pembelajaran matematika yang menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah. Dari interaktifitas yang merangsang, hingga pemanfaatan teknologi canggih, kita akan menjelajahi bagaimana setiap prinsip memiliki peran kunci dalam mengubah suasana kelas menjadi tempat di mana matematika tidak lagi ditakuti, tetapi dihadapi dengan penuh semangat dan antusiasme. Yuk, mari kita memahami prinsip-prinsip yang membentuk dasar pembelajaran matematika yang menyenangkan, yang akan membawa manfaat jangka panjang bagi siswa di Madrasah Ibtidaiyah.

Di Madrasah Ibtidaiyah, prinsip pembelajaran matematika yang menyenangkan mampu mengubah wajah kelas menjadi arena eksplorasi dan kreativitas. Prinsip-prinsip ini tidak hanya merombak cara mengajar, tetapi juga mengubah persepsi siswa terhadap matematika dari yang sebelumnya dianggap sulit menjadi sesuatu yang menarik dan bisa dinikmati.

Interaktif dan Bermain Peran: Guru memainkan peran penting sebagai fasilitator yang merangsang interaksi antara siswa dengan konsep matematika. Menggunakan permainan, peraga, dan bahan ajar yang berbasis fisik membantu siswa merasakan matematika dalam bentuk yang lebih nyata dan menyenangkan.

Relevansi Kontekstual: Prinsip ini menekankan pada pentingnya mengaitkan pembelajaran matematika dengan situasi dunia nyata yang dikenal siswa. Misalnya, mengajarkan konsep pengukuran melalui kegiatan pengukuran benda di sekitar sekolah atau mengajar proporsi melalui kegiatan membagi camilan bersama.

Kreativitas dalam Pemecahan Masalah: Siswa didorong untuk berpikir kreatif dan menemukan berbagai cara untuk memecahkan masalah matematika. Mereka diajak untuk tidak hanya mengikuti satu

metode, tetapi bereksperimen dengan berbagai pendekatan untuk mencapai solusi yang tepat.

Kegembiraan dalam Proses Pembelajaran: Penting untuk menjaga semangat positif dan rasa kegembiraan selama pembelajaran. Ini bisa dicapai melalui penggunaan elemen-elemen permainan, hadiah, atau aktivitas-aktivitas khusus yang membuat proses belajar terasa menyenangkan.

Kerjasama dan Diskusi: Prinsip ini menekankan pada pentingnya kerjasama dan diskusi dalam kelas. Siswa diberi ruang untuk berdiskusi, berkolaborasi, dan berbagi ide dalam menyelesaikan masalah matematika. Ini tidak hanya memperkaya pemahaman, tetapi juga membangun keterampilan sosial.

Mendukung Pembelajaran Berbasis Minat: Guru mencoba mengenali minat dan preferensi siswa dalam kaitannya dengan matematika. Kemudian, materi pembelajaran dirancang untuk mencerminkan minat tersebut, sehingga siswa merasa lebih terlibat dan termotivasi.

Pemanfaatan Teknologi: Integrasi teknologi yang tepat, seperti perangkat lunak pembelajaran interaktif atau aplikasi matematika, dapat memberikan dimensi baru dalam pembelajaran matematika yang menyenangkan. Teknologi memicu kreativitas dan menghadirkan variasi dalam pendekatan pembelajaran. Evaluasi yang Formatif: Prinsip ini menekankan pada evaluasi yang kontinu dan formatif, di mana siswa mendapatkan umpan balik secara berkala. Hal ini membantu mereka melihat perkembangan dan pemahaman mereka seiring waktu, tanpa hanya fokus pada hasil akhir.

Dengan menerapkan prinsip-prinsip ini, pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah tidak hanya menjadi kewajiban, tetapi momen berharga yang dinantikan. Proses pembelajaran matematika yang menyenangkan tidak hanya meningkatkan prestasi akademik, tetapi juga membantu membentuk pemikiran kritis, kreativitas, dan minat siswa dalam menghadapi tantangan matematika dan dunia di luar sana.

D. Tantangan dalam Pembelajaran Matematika di Madrasah Ibtidaiyah

Madrasah Ibtidaiyah merupakan tahap awal dalam perjalanan pendidikan formal siswa, dan dalam proses ini, matematika sering kali muncul sebagai sebuah tantangan. Dunia matematika, dengan rumus-rumus dan konsep abstraknya, kadang-kadang dapat menjadi hal yang membingungkan dan menakutkan bagi siswa di usia muda. Namun, tantangan ini sebenarnya bukan hanya terkait dengan kompleksitas materi, tetapi juga dengan bagaimana pendekatan dan metode pembelajaran yang diterapkan.

Dalam bab ini, kita akan menyelami dunia tantangan dalam pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah. Dari ketidakpastian tentang relevansi materi hingga ketakutan akan kesalahan, setiap tantangan memiliki pengaruhnya sendiri terhadap bagaimana siswa merasa dan berinteraksi dengan matematika. Namun, di balik setiap tantangan juga terdapat peluang untuk mengubah cara siswa belajar dan memahami matematika dengan lebih baik. Dengan memahami tantangan-tantangan ini, kita akan dapat merumuskan strategi dan pendekatan yang lebih efektif dalam mengatasi hambatan-hambatan dalam pembelajaran matematika. Tujuan kita adalah menciptakan ruang pembelajaran yang inklusif, interaktif, dan mendukung bagi setiap siswa di Madrasah Ibtidaiyah, sehingga matematika tidak lagi dianggap sebagai musuh, tetapi sebagai teman yang menantang dan menarik untuk ditemui. Yuk, mari kita telaah bersama-sama tantangan-tantangan yang harus diatasi dalam upaya membawa matematika ke dalam kehidupan para siswa.

Di lorong-lorong Madrasah Ibtidaiyah, matematika sering kali menjadi ujian bagi siswa-siswa muda. Tantangan yang terkait dengan pembelajaran matematika di tingkat ini bukan hanya sekedar masalah angka dan rumus, tetapi juga melibatkan dinamika belajar yang unik pada usia dini. Tantangan-tantangan ini, bagaimanapun, membawa kita

untuk merenungkan bagaimana cara terbaik untuk membantu siswa melewati rintangan ini dan memahami matematika dengan lebih baik. **Abstraksi yang Sulit Dipahami:** Konsep matematika seringkali bersifat abstrak, sulit untuk dimengerti oleh siswa di usia dini. Rumus-rumus dan representasi grafis dapat menjadi hambatan bagi pemahaman mereka, sehingga diperlukan pendekatan yang lebih nyata dan relevan bagi siswa.

Rasa Takut akan Kesalahan: Sejak awal, siswa sering kali diberitahu bahwa matematika tidak mengizinkan kesalahan. Hal ini dapat menciptakan rasa takut yang besar terhadap kesalahan, yang pada gilirannya mempengaruhi minat dan rasa percaya diri siswa dalam menghadapi matematika. **Kurikulum yang Padat:** Kurikulum di Madrasah Ibtidaiyah sering kali memiliki jadwal yang padat, memberi sedikit ruang bagi guru untuk mendalami konsep matematika dengan lebih mendalam atau mengadopsi pendekatan pembelajaran yang lebih kreatif.

Pendekatan Pengajaran yang Konvensional: Banyak pendekatan pengajaran yang masih cenderung konvensional, dengan porsi besar waktu dihabiskan untuk menjelaskan konsep matematika di depan kelas. Ini mungkin tidak sesuai dengan pola pikir dan gaya belajar anak-anak.

Keterbatasan Sumber Belajar yang Menarik: Kurangnya sumber belajar yang menarik dan interaktif dapat membatasi siswa dalam mendekati matematika dengan cara yang lebih menyenangkan dan berbeda. **Persepsi Negatif terhadap Matematika:** Beberapa siswa sudah membawa persepsi negatif tentang matematika dari pengalaman sebelumnya atau dari lingkungan sekitar mereka. Hal ini dapat mempengaruhi sikap mereka terhadap pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah.

Kesesuaian dengan Minat dan Kemampuan Siswa: Setiap siswa memiliki minat dan kemampuan yang berbeda-beda dalam

matematika. Menyesuaikan materi dan pendekatan pembelajaran dengan beragam tingkat kemampuan dan minat siswa bisa menjadi tantangan tersendiri. Dengan menyadari tantangan-tantangan ini, para pendidik di Madrasah Ibtidaiyah dapat merancang strategi yang lebih efektif dalam mengatasi hambatan-hambatan dalam pembelajaran matematika. Dengan pendekatan yang kreatif, inklusif, dan berfokus pada kebutuhan serta minat siswa, matematika dapat dihadirkan dengan cara yang lebih menarik dan bermanfaat bagi perkembangan intelektual mereka.

Meskipun tantangan dalam pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah bisa terlihat mengintimidasi, ada sejumlah pendekatan dan strategi yang dapat diterapkan untuk mengatasinya. Dengan kreativitas, komitmen, dan kerjasama, pendidik dan stakeholder pendidikan dapat menciptakan lingkungan yang mendukung dan menyenangkan bagi siswa dalam mempelajari matematika.

Pendekatan Berbasis Kasus Nyata: Salah satu cara untuk memahami konsep abstrak matematika adalah dengan mengaitkannya dengan situasi nyata yang dikenal siswa. Menerapkan matematika dalam konteks sehari-hari seperti mengukur panjang jalan, menghitung benda-benda di sekitar, atau merancang taman sekolah, akan membantu siswa merasa lebih terlibat.

- **Penerapan Pembelajaran Berbasis Proyek:** Memberikan tugas proyek yang membutuhkan penerapan konsep matematika akan memberikan konteks yang lebih nyata. Siswa dapat merancang bangun datar, menghitung luas dan keliling, atau merancang grafik sederhana. Hal ini tidak hanya memperdalam pemahaman siswa, tetapi juga mengajarkan mereka keterampilan pemecahan masalah.
- **Memanfaatkan Teknologi:** Integrasi teknologi, seperti aplikasi matematika interaktif atau perangkat lunak pembelajaran, dapat membantu memvisualisasikan konsep matematika dengan cara

yang menarik. Ini dapat membantu siswa memahami konsep yang sulit dengan lebih mudah dan menyenangkan. Membangun Lingkungan Belajar Positif: Penciptaan lingkungan belajar yang positif, inklusif, dan bebas dari tekanan akan membantu mengurangi rasa takut akan kesalahan. Siswa perlu merasa bahwa kesalahan adalah bagian alami dari proses belajar dan merupakan kesempatan untuk tumbuh.

- **Pelatihan dan Pengembangan Guru:** Memberikan pelatihan kepada guru mengenai strategi pembelajaran yang inovatif dan menyenangkan akan membantu mereka merancang pembelajaran yang lebih menarik dan efektif. Guru juga dapat berbagi pengalaman dan tips yang berhasil di kelas.
- **Mendorong Keterlibatan Orang Tua:** Melibatkan orang tua dalam proses pembelajaran matematika dapat memberikan dukungan tambahan. Mereka dapat membantu siswa dalam belajar di rumah dan mengatasi kesulitan yang dihadapi.
- **Keterlibatan Siswa dalam Proses Pembelajaran:** Mengajak siswa untuk merancang pertanyaan, mengajukan masalah, atau berbagi cara pemecahan yang kreatif dapat membangun keterlibatan siswa dalam pembelajaran.
- **Penilaian Formatif dan Umpan Balik:** Menggunakan penilaian formatif yang kontinu dan memberikan umpan balik terhadap pemahaman siswa akan membantu mengidentifikasi area yang perlu diperbaiki dan memberikan dorongan positif.

Dengan menerapkan pendekatan-pendekatan ini, tantangan dalam pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah dapat diatasi secara bertahap. Penting untuk selalu beradaptasi dengan kebutuhan siswa, memanfaatkan sumber daya yang ada, dan terus belajar dari pengalaman demi menciptakan pembelajaran matematika yang menyenangkan dan bermakna bagi setiap siswa.

E. Strategi Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah

Madrasah Ibtidaiyah adalah wadah penting dalam membentuk dasar pemahaman matematika siswa. Namun, tantangan muncul ketika siswa diperkenalkan pada konsep matematika yang kadang-kadang rumit dan abstrak. Inilah saatnya strategi pembelajaran matematika yang menyenangkan masuk sebagai alat yang efektif untuk merombak persepsi dan pengalaman belajar siswa. Dalam bab ini, kita akan menjelajahi dunia strategi-strategi yang dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika di Madrasah Ibtidaiyah. Dari permainan interaktif hingga proyek kolaboratif, setiap strategi memiliki tujuan untuk menciptakan pembelajaran matematika yang lebih menarik, bermakna, dan mudah dipahami oleh siswa. Dengan mengintegrasikan kreativitas, teknologi, dan interaksi sosial, kita dapat mengubah kelas matematika dari sekadar 'harus' menjadi 'ingin' bagi setiap siswa. Mari kita memahami bagaimana strategi-strategi ini mampu menghadirkan keceriaan dan pemahaman yang lebih mendalam dalam dunia matematika, sehingga membawa pengalaman belajar yang positif dan memberikan dasar yang kuat bagi perkembangan akademik siswa di Madrasah Ibtidaiyah.

I. Menghadirkan Kegembiraan dalam Pembelajaran Matematika di Madrasah Ibtidaiyah

Di tengah dinding-dinding kelas Madrasah Ibtidaiyah, terdapat energi baru yang mengubah matematika dari subjek yang menakutkan menjadi petualangan berwarna. Strategi pembelajaran matematika yang menyenangkan hadir sebagai kunci untuk membuka pintu ke pemahaman yang lebih dalam dan minat yang tumbuh terhadap dunia angka dan rumus.

- **Permainan Interaktif:** Melibatkan permainan dalam pembelajaran matematika bukan hanya menyenangkan, tetapi juga efektif.

Melalui permainan papan, kartu, atau permainan digital, siswa dapat memecahkan masalah matematika dengan penuh semangat dan antusiasme. Ini memicu kompetisi sehat dan membangun keterampilan kerja sama sekaligus.

- **Penerapan dalam Konteks Nyata:** Mengaitkan konsep matematika dengan situasi nyata yang dikenal siswa membuat pembelajaran lebih relevan. Mengukur benda-benda di sekitar, merancang rencana taman sekolah, atau menghitung bahan untuk kegiatan amal akan membantu siswa melihat bagaimana matematika dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari.
- **Proyek Kolaboratif:** Memberikan proyek yang membutuhkan penerapan konsep matematika dalam kelompok akan mendorong siswa untuk bekerja sama, berdiskusi, dan merancang solusi bersama. Ini tidak hanya melatih kemampuan sosial, tetapi juga memberikan pandangan baru dalam menyelesaikan masalah matematika.
- **Pemanfaatan Teknologi:** Aplikasi matematika interaktif, perangkat lunak pembelajaran, atau papan tulis pintar adalah alat yang efektif untuk menghadirkan konsep matematika dengan cara yang menarik. Teknologi memungkinkan visualisasi yang lebih baik, menjadikan konsep abstrak lebih mudah dipahami.
- **Pengalaman Praktis:** Mengundang ahli matematika, mengadakan perjalanan ke tempat-tempat yang melibatkan pengukuran, atau bahkan mengundang siswa untuk merancang aktivitas matematika dapat memberikan pengalaman praktis yang mendalam.
- **Lingkungan Belajar Kreatif:** Menciptakan lingkungan kelas yang menginspirasi dengan hiasan-hiasan atau sudut-sudut khusus matematika bisa memberikan dampak positif pada minat siswa terhadap matematika.
- **Penekanan pada Pemecahan Masalah:** Mengajarkan siswa untuk menghadapi masalah matematika yang nyata dan membiarkan

mereka merumuskan solusi sendiri akan membangun kemampuan berpikir kritis dan analitis.

- Umpan Balik Positif: Memberikan umpan balik yang konstruktif dan positif kepada siswa tentang upaya mereka dalam memahami konsep matematika akan membangun rasa percaya diri dan semangat belajar.

Dengan menerapkan strategi-strategi ini, matematika di Madrasah Ibtidaiyah bukan lagi hal yang misterius atau menakutkan. Sebagai gantinya, matematika menjadi petualangan berharga yang membawa kegembiraan dan pemahaman yang dalam, membentuk fondasi yang kokoh bagi perkembangan intelektual siswa.

2. Melibatkan Kreativitas dalam Pembelajaran Matematika di Madrasah Ibtidaiyah

Di dalam kelas Madrasah Ibtidaiyah, terdengar tawa riang dan semangat kolaboratif saat siswa terlibat dalam pembelajaran matematika yang menyenangkan. Salah satu contoh nyata penggunaan strategi ini adalah melalui proyek berjudul "Bangun Kota Matematika." Dalam proyek ini, siswa diberikan tugas untuk merancang kota mini dengan menggunakan konsep matematika. Mereka harus merencanakan letak bangunan, menentukan ukuran lapangan, menghitung jumlah jalan, dan merancang taman dengan proporsi yang tepat. Setiap elemen kota harus dihitung dan dirancang dengan mempertimbangkan konsep matematika yang telah mereka pelajari, seperti pengukuran, geometri, dan proporsi.

Selama prosesnya, siswa diberikan kebebasan untuk bekerja dalam kelompok kecil. Mereka harus berdiskusi, berkolaborasi, dan merancang solusi bersama. Melalui tahap ini, mereka tidak hanya mengembangkan kemampuan komunikasi dan kerja sama, tetapi juga memahami bagaimana matematika dapat diaplikasikan dalam situasi nyata. Pada akhir proyek, siswa mempresentasikan hasil kerja

mereka di depan kelas. Mereka menjelaskan konsep matematika yang diterapkan dalam desain kota mereka dan bagaimana mereka mengatasi tantangan selama proses. Proses presentasi ini bukan hanya membantu memperdalam pemahaman mereka, tetapi juga memberikan pengalaman berbicara di depan umum.

Selain proyek "Bangun Kota Matematika," strategi pembelajaran matematika yang menyenangkan juga diterapkan melalui permainan interaktif seperti "Matematika Penuh Petualangan." Dalam permainan ini, siswa berlomba memecahkan teka-teki matematika yang menantang sambil menjelajahi pulau-pulau dengan misi-misi khusus. Permainan ini tidak hanya meningkatkan keterampilan pemecahan masalah siswa, tetapi juga membangun rasa semangat dan kompetisi sehat di kelas. Dengan contoh-contoh seperti ini, strategi pembelajaran matematika yang menyenangkan di Madrasah Ibtidaiyah bukan lagi sekadar konsep, tetapi sebuah kenyataan yang merubah cara siswa belajar dan merasakan matematika. Melalui interaksi aktif, kreativitas, dan pengalaman langsung, siswa merasakan kegembiraan dalam proses pembelajaran matematika yang mendalam dan bermakna.

3. Contoh Penggunaan Peraga Sederhana dalam Pembelajaran Matematika di Madrasah Ibtidaiyah

Di tengah tawa riang dan mata yang berbinar, siswa Madrasah Ibtidaiyah terlibat dalam sebuah aktivitas pembelajaran matematika yang penuh kegembiraan. Kali ini, guru menghadirkan alat peraga sederhana yang menarik, yakni "Tangga Matematika." Tangga Matematika adalah alat peraga berupa tangga bertingkat dengan anak tangga yang terbuat dari kertas berwarna. Setiap anak tangga memiliki angka yang berurutan. Guru memberikan tugas kepada siswa untuk melompati anak tangga dengan langkah-langkah tertentu yang sesuai dengan konsep aritmatika. Misalnya, guru meminta siswa untuk melompati 2 anak tangga setiap kali, dimulai dari angka 1. Siswa yang

berada pada anak tangga berapa setelah melompat beberapa kali?

Siswa dengan penuh semangat melompati anak tangga, menghitung langkah-langkah mereka, dan dengan bangga mengumumkan bahwa mereka berada pada anak tangga dengan angka 5. Aktivitas ini tidak hanya membuat pembelajaran matematika terasa menyenangkan, tetapi juga memberikan pengalaman fisik yang memperkuat pemahaman konsep bilangan berurutan.

Selanjutnya, guru melibatkan siswa dalam permainan "Pola Tangga." Guru menunjukkan pola dengan menghapus beberapa angka pada anak tangga dan siswa diminta untuk mengidentifikasi angka yang hilang. Misalnya, jika pola adalah 1, 4, , 10, siswa dengan semangat mengidentifikasi bahwa angka yang hilang adalah 7.

Penggunaan Tangga Matematika sebagai alat peraga sederhana ini tidak hanya memberikan pengalaman belajar yang interaktif, tetapi juga mengajarkan konsep matematika dengan cara yang visual dan menghibur. Dengan sentuhan kreativitas dan kelincahan, guru Madrasah Ibtidaiyah berhasil menghadirkan pembelajaran matematika yang menyenangkan, yang meningkatkan minat siswa dan menghadirkan pemahaman yang lebih mendalam.

Selain alat peraga sederhana, kita dapat menyelenggarakan pembelajaran matematika yang menyenangkan berbasis teknologi. Di dalam kelas yang dipenuhi suara tawa dan semangat, siswa Madrasah Ibtidaiyah tengah terlibat dalam sesi pembelajaran matematika yang inovatif. Kali ini, guru menggunakan teknologi yang menyenangkan, yaitu aplikasi ponsel pintar yang interaktif bernama "Math Quest." Math Quest adalah aplikasi edukatif yang menghadirkan matematika dalam bentuk permainan petualangan. Dalam aplikasi ini, siswa berperan sebagai karakter petualang yang harus menyelesaikan teka-teki matematika untuk maju ke level berikutnya dan mengumpulkan hadiah. Sebagai contoh, dalam salah satu level, siswa harus menjawab pertanyaan tentang operasi tambah dan kurang untuk membantu

karakter petualangnya melewati rintangan.

Dalam sesi pembelajaran ini, guru membagikan ponsel pintar kepada siswa atau memproyeksikan aplikasi pada layar besar di kelas. Siswa dengan penuh semangat mengetuk layar, menjawab pertanyaan dengan cepat, dan merasa senang setiap kali berhasil menyelesaikan level. Melalui Math Quest, mereka tidak hanya berinteraksi dengan teknologi, tetapi juga memperdalam pemahaman matematika mereka dengan cara yang menyenangkan dan interaktif. Tidak hanya itu, aplikasi Math Quest juga memberikan umpan balik langsung tentang jawaban yang benar atau salah, membantu siswa memperbaiki pemahaman mereka. Selain itu, peringkat di akhir setiap level juga memicu semangat kompetisi sehat di antara siswa.

Dengan mengintegrasikan teknologi yang menyenangkan seperti Math Quest, guru Madrasah Ibtidaiyah mampu membawa matematika ke dalam era modern dan mendekati minat siswa. Pembelajaran matematika yang interaktif, visual, dan bercirikan permainan seperti ini dapat merangsang minat, keterlibatan, dan pemahaman yang mendalam pada siswa, menciptakan pengalaman pembelajaran yang tak terlupakan.

BAB III

MENGAJARKAN BILANGAN BULAT

DAN SISTEM BILANGAN BULAT DI

MI

A. Pembelajaran Bilangan Bulat di MI dan Permasalahannya

Di dunia matematika, penjumlahan bilangan bulat adalah salah satu konsep yang penting dan sering digunakan. Penjumlahan bilangan bulat melibatkan operasi penggabungan dua atau lebih bilangan bulat untuk mendapatkan hasil akhir. Ketika kita menambahkan bilangan bulat positif, kita dapat membayangkan itu sebagai langkah maju atau peningkatan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat positif $+3$ dan menambahkannya dengan bilangan bulat positif $+2$, hasilnya adalah $+5$. Ini berarti kita maju tiga langkah dari nol dan kemudian maju dua langkah lagi, akhirnya berada di posisi lima.

Namun, ketika kita menambahkan bilangan bulat negatif, kita akan melakukan gerakan sebaliknya. Kita bisa membayangkan itu sebagai langkah mundur atau penurunan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat negatif -4 dan menambahkannya dengan bilangan bulat negatif -2 , hasilnya adalah -6 . Ini berarti kita mundur empat langkah dari nol dan kemudian mundur dua langkah lagi, akhirnya berada di posisi minus enam. Jika kita menambahkan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, kita akan menggabungkan langkah-langkah maju dan mundur. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat

positif $+5$ dan menambahkannya dengan bilangan bulat negatif -3 , kita akan maju lima langkah dari nol dan kemudian mundur tiga langkah. Hasilnya adalah $+2$, yang berarti kita berada dua langkah maju dari nol.

Dalam penjumlahan bilangan bulat, kita juga dapat menggunakan bilangan bulat nol. Jika kita menambahkan bilangan bulat positif atau negatif dengan nol, hasilnya akan tetap sama dengan bilangan bulat tersebut. Misalnya, jika kita menambahkan bilangan bulat positif $+7$ dengan nol, hasilnya akan tetap $+7$. Penjumlahan bilangan bulat memiliki sifat-sifat tertentu, seperti sifat komutatif (urutan penjumlahan tidak mempengaruhi hasilnya) dan sifat asosiatif (penjumlahan tiga bilangan bulat dapat dilakukan dalam urutan apa pun). Sifat-sifat ini membantu kita dalam melakukan operasi penjumlahan dengan mudah dan konsisten. Dengan pemahaman yang baik tentang penjumlahan bilangan bulat, kita dapat mengatasi permasalahan matematika yang melibatkan operasi ini. Dalam kehidupan sehari-hari, penjumlahan bilangan bulat dapat digunakan untuk menghitung perubahan suhu, menghitung perpindahan objek, atau bahkan dalam perencanaan keuangan.

Dalam pembelajaran penjumlahan bilangan bulat, penting untuk memberikan contoh nyata dan situasi yang relevan untuk membantu siswa memahami konsep dengan lebih baik. Dengan latihan yang cukup dan pendekatan yang tenang, siswa akan dapat menguasai penjumlahan bilangan bulat dengan baik dan mengaplikasikannya dengan percaya diri dalam kehidupan sehari-hari.

I. Definisi bilangan bulat

Bilangan bulat adalah himpunan bilangan yang terdiri dari angka positif, nol, dan angka negatif. Bilangan bulat digunakan untuk mengukur kuantitas atau posisi yang melibatkan perbedaan antara nilai-nilai. Secara formal, bilangan bulat dapat dinyatakan sebagai

himpunan angka dengan bentuk sebagai berikut:

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Dalam himpunan bilangan bulat, angka 0 mewakili titik tengah atau posisi netral, sedangkan angka positif (+) menunjukkan peningkatan atau pergerakan ke arah yang ditentukan, dan angka negatif (-) menunjukkan penurunan atau pergerakan ke arah sebaliknya. Bilangan bulat digunakan dalam berbagai situasi, seperti pengukuran suhu, perpindahan, perhitungan keuangan, dan pemodelan matematika. Mereka memungkinkan kita untuk mewakili konsep seperti utang, kenaikan dan penurunan, perbedaan dalam posisi, dan banyak lagi. Bilangan bulat juga memiliki sifat-sifat khusus. Misalnya, penjumlahan bilangan bulat memiliki sifat komutatif (urutan penjumlahan tidak mempengaruhi hasilnya) dan sifat asosiatif (penjumlahan tiga bilangan bulat dapat dilakukan dalam urutan apa pun). Selain itu, penjumlahan bilangan bulat juga memenuhi hukum nol (penjumlahan dengan nol tidak mengubah bilangan) dan memiliki sifat inversi aditif (setiap bilangan bulat memiliki lawan aditif yang jumlahnya adalah nol). Dengan memahami konsep dan sifat-sifat bilangan bulat, kita dapat melakukan operasi matematika yang melibatkan perbedaan antara nilai-nilai, menginterpretasikan informasi dalam konteks kehidupan nyata, dan memecahkan berbagai permasalahan matematika yang melibatkan bilangan bulat.

Berkembangnya masyarakat industri di era abad-21 ini menyebabkan manusia memerlukan bilangan untuk keperluan pembukuan tingkat lanjut, antara lain untuk menghitung hutang dan piutang, serta tabungan dan pinjaman. Pertanyaan yang muncul serupa dengan permasalahan:

$$6 - 7 = ?, \quad 8 - 10 = ?, \quad 3 - 10 = ?$$

Permasalahan ini serupa dengan usaha menambah bilangan-bilangan baru di dalam himpunan bilangan asli sehingga mereka dapat melakukan semua pengurangan, atau himpunan baru yang diperoleh bersifat tertutup terhadap pengurangan. Jawaban terhadap kesulitan mereka adalah tambahan bilangan-bilangan baru yang diperoleh dari:

$$0 - 1, 0 - 2, 0 - 3, 0 - 4, \dots$$

yang kemudian dilambangkan dengan:

$$-1, -2, -3, -4, \dots$$

sehingga diperoleh himpunan baru yang disebut himpunan bilangan bulat, dan dinyatakan dengan:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Digunakannya garis bilangan untuk menyatakan representasi bilangan, dan memberi makna terhadap bilangan-bilangan di sebelah kanan nol sebagai bilangan positif serta di sebelah kiri nol sebagai bilangan negatif, maka himpunan bilangan bulat dapat dinyatakan sebagai:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

2. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat (Penjumlahan dan Pengurangan)

Operasi hitung pada bilangan bulat melibatkan penjumlahan dan pengurangan. Dalam operasi ini, kita menggunakan angka positif, nol, dan angka negatif untuk melakukan perhitungan. Penjumlahan

dan pengurangan bilangan bulat memungkinkan kita untuk mengekspresikan perbedaan antara nilai-nilai, perubahan posisi, atau pergerakan dalam konteks matematika dan kehidupan sehari-hari. Mari kita mulai dengan penjumlahan bilangan bulat. Ketika kita menjumlahkan bilangan bulat positif, kita dapat membayangkan itu sebagai langkah maju atau peningkatan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat positif $+3$ dan menambahkannya dengan bilangan bulat positif $+2$, hasilnya adalah $+5$. Ini berarti kita maju tiga langkah dari nol dan kemudian maju dua langkah lagi, akhirnya berada di posisi lima.

Namun, ketika kita menjumlahkan bilangan bulat negatif, kita akan melakukan gerakan sebaliknya. Kita bisa membayangkan itu sebagai langkah mundur atau penurunan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat negatif -4 dan menambahkannya dengan bilangan bulat negatif -2 , hasilnya adalah -6 . Ini berarti kita mundur empat langkah dari nol dan kemudian mundur dua langkah lagi, akhirnya berada di posisi minus enam. Jika kita menjumlahkan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, kita akan menggabungkan langkah-langkah maju dan mundur. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat positif $+5$ dan menambahkannya dengan bilangan bulat negatif -3 , kita akan maju lima langkah dari nol dan kemudian mundur tiga langkah. Hasilnya adalah $+2$, yang berarti kita berada dua langkah maju dari nol. Selain penjumlahan, pengurangan bilangan bulat juga melibatkan pergerakan maju dan mundur. Ketika kita mengurangi bilangan bulat positif, kita bisa membayangkan itu sebagai langkah mundur atau penurunan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan bulat positif $+7$ dan menguranginya dengan bilangan bulat positif $+3$, hasilnya adalah $+4$. Ini berarti kita mundur tiga langkah dari posisi tujuh dan berada di posisi empat.

Pengurangan bilangan bulat negatif dapat dipahami sebagai langkah maju atau peningkatan. Misalnya, jika kita memiliki bilangan

bulat negatif -5 dan mengurangnya dengan bilangan bulat negatif -2 , hasilnya adalah -3 . Ini berarti kita maju dua langkah dari posisi lima negatif dan berada di posisi tiga negatif. Kombinasi pengurangan bilangan bulat positif dan negatif juga melibatkan pergerakan maju dan mundur. Misalnya, jika kita mengurangi bilangan bulat positif $+8$ dengan bilangan bulat negatif -5 , kita akan maju delapan langkah dari nol dan kemudian mundur lima langkah. Hasilnya adalah $+3$, yang berarti kita berada tiga langkah maju dari nol.

Dalam operasi hitung bilangan bulat, penting untuk memperhatikan tanda bilangan dan mengikuti aturan penjumlahan dan pengurangan yang sesuai. Sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, seperti sifat komutatif dan asosiatif, dapat membantu kita dalam melakukan perhitungan dengan benar dan konsisten. Dengan pemahaman yang baik tentang operasi hitung pada bilangan bulat, kita dapat menerapkannya dalam berbagai situasi dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung perubahan suhu, perpindahan objek, atau bahkan dalam perencanaan keuangan. Operasi ini membantu kita memahami dan menginterpretasikan perbedaan antara nilai-nilai serta perubahan posisi dalam konteks matematika dan dunia nyata.

Banyak permasalahan yang muncul ketika siswa belajar tentang operasi aljabar pada bilangan bulat terutama kelas rendah. Permasalahan yang muncul dalam kaitannya dengan soal-soal tersebut adalah bagaimana memberikan penjelasan dan cara menanamkan pengertian operasi aljabar tersebut secara konkret, karena kita tahu bahwa umumnya siswa selalu berpikir dari hal-hal yang bersifat konkret menuju hal-hal yang bersifat abstrak.

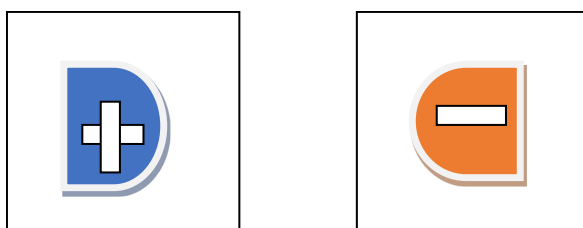
Mengenalkan operasi aljabar pada bilangan bulat dapat dilakukan melalui tiga tahap, yaitu: (1) tahap pengenalan konsep secara konkret, (2) tahap pengenalan konsep secara semi konkret atau semi abstrak, (3) tahap pengenalan konsep secara abstrak.

Tahap pertama, banyak sekali alat peraga yang dapat digunakan

dalam pembelajaran bilangan bulat pada tahap konkret. Pada modul ini akan dibahas penggunaan dua macam alat peraga, pertama yaitu menggunakan pendekatan himpunan (yaitu menggunakan alat peraga manik-manik), kedua menggunakan pendekatan hukum kekekalan panjang (yaitu menggunakan alat peraga balok garis bilangan. Pada tahap kedua, proses penyelesaian operasi hitung diarahkan pada penggunaan garis bilangan atau tangga garis bilangan. Sedangkan tahap ketiga baru siswa diperkenalkan dengan konsep operasi hitung yang bersifat abstrak.

3. Tahap Pengenalan Konsep Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat secara Konkret

Model pertama yang digunakan adalah pendekatan himpunan, sedangkan alat peraga yang dipakai adalah manik-manik. Pada konsep himpunan, terdapat langkah menggabungkan dan memisahkan dua himpunan yang dalam hal ini anggotanya berupa manik-manik. Bentuk alat ini berupa bulatan-bulatan setengah lingkaran yang apabila sisi diameternya digabungkan akan membentuk lingkaran penuh. Alat ini dapat dibuat dalam dua warna, satu warna menandakan bilangan positif, sedangkan warna lainnya menandakan bilangan negatif.



Gambar 2.1. Alat peraga manik-manik positif dan manik-manik negatif

Dalam alat peraga ini, bilangan nol diwakili oleh dua buah manik-manik dengan warna berbeda yang dihimpitkan diameternya

sehingga membentuk lingkaran penuh dalam dua warna. Manik-manik berbentuk netral ini digunakan pada saat kita akan melakukan operasi pengurangan $a - b$ dengan $b > a$ atau $b < 0$. Selanjutnya, ketika menggunakan alat peraga ini harus memperhatikan beberapa prinsip kerja seperti yang akan dijelaskan berikut ini.

Dalam operasi hitung, proses penggabungan dalam konsep himpunan diartikan sebagai penjumlahan, sedangkan proses pemisahan dapat diartikan sebagai pengurangan. Oleh karena itu, jika kita menggabungkan sejumlah manik-manik ke dalam kelompok manik-manik lain sama halnya dengan melakukan penjumlahan. Ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam melakukan proses penjumlahan, yaitu:

- a. Jika $a > 0$ dan $b > 0$ atau $a < 0$ dan $b < 0$, maka gabungkanlah sejumlah manik-manik ke dalam kelompok manik-manik lain yang warnanya sama.
- b. Jika $a > 0$ dan $b < 0$ atau sebaliknya, maka gabungkanlah sejumlah manik-manik yang mewakili bilangan negatif. Selanjutnya proses 'penghimpitan' di antara kedua kelompok manik-manik tersebut agar ada yang menjadi lingkaran penuh. Tujuannya untuk mencari sebanyak-banyaknya kelompok manik-manik yang bernilai nol. Melalui proses ini akan menyisakan manik-manik dengan warna tertentu yang tidak berpasangan. Manik-manik yang tidak berpasangan inilah merupakan hasil penjumlahannya.

Proses pengurangan diasumsikan dengan pemisahan sejumlah manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang lain. Namun, ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam melakukan proses pengurangan, yaitu:

- a. Jika $a > 0$ dan $b > 0$ tetapi $a > b$, maka pisahkanlah secara langsung sejumlah b manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang berjumlah a .
- b. Jika $a > 0$ dan $b > 0$ tetapi $a < b$, maka sebelum memisahkan

sejumlah b manik-manik yang nilai bilangannya lebih besar dari a , terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral terlebih dahulu ke dalam kelompok manik-manik a , dan banyaknya tergantung pada seberapa kurangnya manik-manik yang akan dipisahkan.

- c. Jika $a > 0$ dan $b < 0$, maka sebelum memisahkan sejumlah b manik-manik yang bernilai negatif, terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral dan banyaknya tergantung dari besarnya bilangan penguranya (b).
- d. Jika $a < 0$ dan $b > 0$, maka sebelum melakukan proses pemisahan sejumlah b manik-manik yang bernilai positif dari kumpulan manik-manik yang bernilai negatif, terlebih dahulu harus digabungkan sejumlah manik-manik yang bersifat netral ke dalam kumpulan manik-manik a , dan banyaknya tergantung pada seberapa besarnya bilangan b .
- e. Jika $a < 0$ dan $b < 0$ tetapi $a > b$, maka sebelum melakukan proses pemisahan sejumlah b manik-manik yang bilangannya lebih kecil dari a , terlebih dahulu harus dilakukan proses penggabungan sejumlah manik-manik yang bersifat netral ke dalam kumpulan manik-manik a . Dan banyaknya tergantung dari seberapa kurangnya manik-manik yang akan dipisahkan.
- f. Jika $a < 0$ dan $b < 0$ tetapi $a < b$, maka pisahkanlah secara langsung sejumlah b manik-manik keluar dari kelompok manik-manik yang berjumlah a .

Selanjutnya, agar lebih mudah memahami prinsip-prinsip di atas berikut akan diperagakan beberapa contoh penggunaan alat peraga manik-manik tersebut, misalnya untuk menjelaskan operasi hitung $3 + (-4)$ dan $3 - 4$.

- a. $3 + (-4)$

Prinsip nomor dua akan digunakan untuk menyelesaikan penjumlahan bilangan bulat di atas. Proses penyelesaiannya dapat

diperhatikan sebagai berikut:

- 1) Tempatkanlah 3 buah manik-manik yang bertanda positif ke dalam papan peragaan untuk menunjukkan bilangan positif 3.
- 2) Tambahkan ke dalam papan peragaan tersebut manik-manik yang bertanda negatif sebanyak 4 buah untuk menunjukkan bilangan kedua dari operasi tersebut, yaitu negatif 4.
- 3) Lakukanlah pemetaan antara manik-manik yang bertanda positif dengan yang bertanda negatif dengan tujuan untuk mencari sebanyak-banyaknya bilangan yang bersifat netral (bernilai nol).
- 4) Dari hasil pemetaan pada langkah ke-3, terlihat ada 3 manik-manik yang membentuk lingkaran penuh (bersifat netral). Jika pasangan manik-manik ini dikeluarkan, maka dalam papan peragaan terlihat ada 2 buah manik-manik yang berwarna putih (bernilai negatif 1). Peragaan ini menunjukkan bahwa $3 + (-4) = -1$.

b. $3 - 5 = \dots ?$

Prinsip nomor 2 digunakan untuk menyelesaikan permasalahan di atas. Proses kerjanya dapat diperhatikan sebagai berikut:

- 1) Tempatkan 3 buah manik-manik yang bertanda positif ke dalam papan peragaan untuk menunjukkan bilangan positif 3.
- 2) Karena operasi hitungnya berkenaan dengan pengurangan yaitu oleh bilangan positif 5, maka seharusnya dipisahkan dari dalam papan peragaan tersebut manik-manik yang bertanda positif sebanyak 5 buah. Namun, untuk sementara pengambilan tidak dapat dilakukan. Mengapa?
- 3) Agar pemisahan dapat dilakukan, maka perlu ditambahkan 2 buah manik-manik bertanda negatif dan dihimpitkan ke dalam papan peragaan.

- 4) Setelah proses nomor 3, maka akan terlihat 5 buah manik-manik di papan peragaan yang terlihat yang bertanda positif dan 2 buah manik-manik yang bertanda negatif. Selanjutnya dapat dipisahkan ke-5 buah manik-manik yang bertanda positif keluar dari papan peragaan.
- 5) Dari hasil pemisahan, di dalam papan peragaan sekarang terdapat 2 buah manik-manik yang bertanda negatif (bernilai negatif 2). Hal ini menunjukkan bahwa $3 - 5 = -2$.

Dua contoh di atas menunjukkan pada kita bahwa secara realistik penggunaan alat peraga ini dapat memperlihatkan perbedaan proses untuk mendapatkan hasil dari proses hitung dalam sistem bilangan bulat yang berbentuk $a + (-b)$ dan $a - b$, sekaligus memperlihatkan pula secara nyata berlakunya konsep $a - b = a + (-b)$. Penggunaan alat peraga ini dapat dimanfaatkan untuk melatih pola (logika) berpikir siswa dalam memahami suatu permasalahan. Pemahaman lebih lanjut dapat dilakukan sendiri peragaan untuk operasi hitung yang lain baik untuk prinsip penjumlahan maupun prinsip pengurangan.

Selain alat peraga manik-manik di atas, terdapat alat peraga lain yang dapat dijadikan media untuk menjelaskan operasi hitung pada bilangan bulat, yaitu: tangga garis bilangan, pita garis bilangan, dan balok garis bilangan. Ketiga alat tersebut merupakan alat yang biasa digunakan untuk mengenalkan atau melakukan operasi hitung dasar pada sistem bilangan bulat. Penerapannya dapat disesuaikan dengan kondisi kelas. Dapat diperankan oleh siswa dengan melakukan lompatan-lompatan maju atau mundur, menghadap ke kiri atau ke kanan sesuai dengan bilangan yang akan dioperasikan.

Pita garis bilangan adalah alat bantu yang terbuat dari karton yang dalam penggunaannya memiliki prinsip kerja yang sama dengan tangga garis bilangan. Jika pada tangga garis bilangan model peraga berupa siswa sendiri, maka dalam pita garis bilangan peran siswa dapat

digantikan oleh orang-orangan atau mobil-mobilan yang terbuat dari karton juga atau miniatur orang-orangan dan mobil-mobilan.

Balok garis bilangan merupakan bentuk modifikasi dari tangga garis bilangan maupun pita garis bilangan dengan pertimbangan bahwa alat ini lebih memenuhi kriteria atau syarat pengadaan alat peraga (lebih kuat dan tahan lama). Model yang digunakan untuk melakukan peragaan berupa wayang-wayangan (orang-orangan ataupun mobil-mobilan)

Ketiga alat peraga tersebut prinsip kerjanya berpedoman pada hukum kekekalan panjang, bahwa 'panjang keseluruhan sama dengan panjang masing-masing bagian-bagiannya'. Seperti halnya alat peraga manik-manik, pada saat menggunakan alat peraga balok garis bilangan harus pula memperhatikan prinsip kerja alat ini. Prinsip kerja yang harus diperhatikan dalam melakukan operasi aljabar bilangan bulat baik penjumlahan maupun pengurangan adalah sebagai berikut:

- a. Posisi awal model harus berada pada skala nol.
- b. Jika bilangan pertama bertanda positif, maka sisi muka model menghadap ke bilangan positif, kemudian melangkahkan model tersebut ke arah yang sesuai dengan besarnya bilangan pertama tersebut. Proses yang sama dilakukan apabila bilangan pertamanya bertanda negatif.
- c. Jika model dilangkahkan maju, dalam prinsip operasi hitung istilah maju diartikan sebagai tambah (+), sedangkan jika model dilangkahkan mundur, istilah mundur diartikan sebagai kurang (-).
- d. Gerakan maju atau mundurnya model tergantung dari bilangan penambah dan pengurangnya. Untuk gerakan maju, jika bilangan penambahnya merupakan bilangan positif, dan sebaliknya jika bilangan penambahnya merupakan bilangan negatif, maka model bergerak maju ke arah bilangan negatif. Untuk gerakan mundur, apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan positif maka model bergerak mundur dengan sisimuka model menghadap ke

bilangan positif, dan sebaliknya apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan negatif, maka model bergerak mundur dengan sisi muka model menghadap ke bilangan negatif.

Agar dapat memahami prinsip kerja di atas, berikut akan diperagakan beberapa permasalahan penggunaan alat peraga garis bilangan untuk menjelaskan operasi hitung $3 + (-5)$ dan $3 - 5$.

c. $3 + (-5) = \dots?$

- 1) Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif.
- 2) Langkahkan model dari angka nol sebanyak 3 skala. Hal ini menunjukkan bilangan pertama dari operasi tersebut, yaitu bilangan positif 3.
- 3) Karena bilangan penjumlahannya adalah bilangan negatif, maka pada skala 3 posisi muka model harus menghadap ke bilangan negatif.
- 4) Karena operasi hitung berkenaan dengan penjumlahan, yaitu oleh bilangan (-5) berarti model harus dilangkahkan maju dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala.
- 5) Posisi terakhir dari model pada langkah 4 di atas terletak pada skala -2 dan ini menunjukkan hasil dari $3 + (-5) = -2$.

d. $3 - 5 = \dots$

- 1) Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif.
- 2) Langkahkan model satu langkah demi satu langkah maju dari angka nol sebanyak 3 skala untuk menunjukkan bilangan pertama, yaitu positif 3.
- 3) Karena operasi hitung berkenaan dengan pengurangan, maka langkahkan model tersebut mundur dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala dengan posisi

- muka model tetap menghadap ke bilangan positif.
- 4) Posisi terakhir model pada langkah 3 di atas terletak pada skala -2, dan ini menunjukkan hasil dari $3 - 5$. Jadi penyelesaian dari $3 - 5 = -2$.
 - 5) Untuk pemahaman lebih lanjut, silakan Anda lakukan peragaan sendiri untuk operasi-operasi hitung bilangan bulat yang lain. Kedua peragaan garis bilangan di atas memperlihatkan dengan jelas kepada kita bahwa terdapat proses yang berbeda untuk menunjukkan hasil dari $3 + (-5)$ dan $3 - 5$. Peragaan garis bilangan untuk bentuk $3 + (-5)$ hasilnya ditunjukkan oleh ujung anak panah, sedangkan bentuk operasi $3 - 5$ hasilnya ditunjukkan oleh ujung pangkal panah. Berarti untuk menentukan hasil dari operasi bilangan bulat jika peragaannya menggunakan garis bilangan, bilangan yang ditunjuk sebagai hasil tidak selalu berorientasi pada ujung anak panah, pangkal panahpun dapat digunakan sebagai penunjuk hasil.

4. Tahap Pengenalan Konsep secara Semi Konkret atau Semi Abstrak

Proses penyelesaian operasi hitung pada sistem bilangan bulat diarahkan kepada 'bagaimana menggunakan garis bilangan'. Seperti halnya saat menggunakan alat peraga, maka pada tahap semi konkret atau semi abstrak sebelum dibahas bagaimana menjelaskan penggunaan garis bilangan dalam operasi hitung bilangan bulat akan dibahas terlebih dahulu mengenai prinsip-prinsip penggunaan garis bilangan tersebut.

Cara kerja pada garis bilangan pada prinsipnya sama dengan cara kerja pada balok, tangga, atau pita garis bilangan, yaitu ditekankan pada langkah 'maju' untuk operasi penjumlahan, dan langkah 'mundur' untuk operasi pengurangan. Kemudian sisi muka model yang dihadapkan ke

arah bilangan positif maupun negatif ditunjukkan oleh arah ujung anak panah pada garis bilangannya.

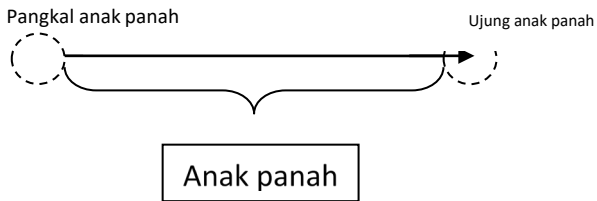
Untuk lebih jelasnya, dapat diperhatikan prinsip-prinsip kerja penggunaan garis bilangan berikut ini agar tidak mengalami kesulitan dalam memperagakan di hadapan siswa.

- a. Setiap akan melakukan peragaan, posisi awal model harus selalu dimulai dari bilangan atau skala 0 (nol).
- b. Jika bilangan pertama bertanda positif, maka ujung anak panah di arahkan ke bilangan positif dan bergerak maju dengan skala yang besarnya sama dengan bilangan pertama, sedangkan pangkal anak panahnya mengarah pada bilangan negatif. Sebaliknya, jika bilangan pertama bertanda negatif, maka ujung anak panah diarahkan ke bilangan negatif dan gerakkan dengan skala besarnya sama dengan bilangan pertama. Sedangkan pangkal anak panah mengarah ke bilangan positif.
- c. Jika anak panah dilangkahkan maju, maka dalam prinsip operasi hitung, istilah mau diartikan sebagai 'penjumlahan'. Sebaliknya, jika anak panah dilangkahkan mundur maka istilah mundur diartikan sebagai 'pengurangan'. Namun demikian, gerakan maju atau mundurnya anak panah tergantung pada bilangan penambah atau pengurangnya. Untuk gerakan maju: apabila bilangan penambahnya merupakan bilangan positif, maka gerakan maju anak panah harus ke arah bilangan positif. sebaliknya, apabila bilangan penambahnya merupakan bilangan negatif, maka gerakkan maju anak panah juga harus ke arah bilangan negatif.

Untuk gerakan mundur: apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan positif, maka anak panah akan mundur dengan ujung anak panahnya menghadap ke bilangan positif. Sebaliknya apabila bilangan pengurangnya merupakan bilangan negatif, maka anak panah akan mundur dengan ujung anak panahnya menghadap ke bilangan negatif. Dalam penjumlahan,

hasil akhir dilihat dari posisi akhir ujung anak panah, sedangkan pada pengurangan, hasil akhir dilihat dari posisi akhir pangkal anak panah.

Keterangan:

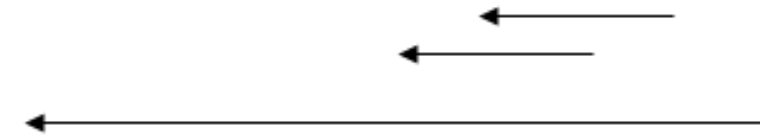


- d. Gerakan maju: gerakan dimulai dari pangkal panah ke arah ujung panah.



Untuk gerakan maju selanjutnya cukup digambarkan tanpa 2 anak panah di atasnya.

- e. Gerakan mundur: gerakan mundur dimulai dari ujung anak panah ke arah pangkal panah.



Selanjutnya, akan dijabarkan bagaimana menjumlahkan dua bilangan bulat dengan pendekatan yang semi konkret atau semi abstrak dengan menggunakan garis bilangan. Permasalahan dalam penjumlahan bilangan bulat yang dihadapi adalah sebagai berikut:

- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.

- c. Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- d. Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif.

Contoh permasalahan yang akan diperagakan adalah sebagai berikut:

- 1. $2 + 5 = \dots\dots\dots$
- 2. $2 + (-5) = \dots\dots\dots$
- 3. $(-2) + 5 = \dots\dots\dots$
- 4. $(-2) + (-5) = \dots\dots\dots$

Masalah pertama dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkan anak panah ke arah bilangan bulat positif dan berhenti pada skala 2. Langkah ini untuk menunjukkan bahwa bilangan pertamanya adalah positif 2.
- b. Karena operasi hitungnya berkenaan dengan operasi penjumlahan, dan anak panah arahnya sudah sesuai dengan jenis bilangan kedua, maka langkahkan maju anak panah sebanyak 5 langkah dari posisi skala 2.
- c. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah kedua tepat berada di atas skala 7, dan ini menunjukkan hasil operasi hitung dari $2 + 5 = 7$.

Permasalahan ke-2, $2 + (-5)$, dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkan anak panah ke arah bilangan bulat positif dan berhenti pada skala 2. Langkah ini untuk menunjukkan bahwa bilangan pertamanya adalah positif 2.
- b. Karena bilangan kedua negatif, maka pada skala 2, ujung anak panah harus dihadapkan padabilangan negatif.
- c. Karena operasi hitungnya mengenai penjumlahan, yaitu oleh bilangan 5 berarti anak panah harus dilangkahkan maju sebanyak 5 langkah.

- d. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah ketiga tepat berada di atas skala -3 dan ini menunjukkan hasil dari $2 + (-5)$. Jadi penyelesaian dari $2 + (-5) = -3$.

Permasalahan ke-3, $(-2) + 5$, dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkanlah anak panah ke arah bilangan negatif dan berhenti pada skala -2 (lihat gambar 5.4). hal ini menunjukkan bilangan pertamanya, yaitu negatif 2.
- b. Karena bilangan penjumlahannya merupakan bilangan positif, maka pada skala -2 tersebut ujung anak panahnya harus dihadapkan ke arah bilangan positif.
- c. Karena operasi hitungnya mengenai penjumlahan, yaitu oleh bilangan 5 berarti anak panah tersebut harus dilangkahkan maju sebanyak 5 langkah.
- d. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah ketiga tepat berada di atas skala 3, dan ini menunjukkan hasil dari $(-2) + 5$. jadi penyelesaian dari $(-2) + 5 = 3$.

Permasalahan ke-4, $(-2) + (-5)$, dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut:

- a. Dari skala 0, langkahkanlah anak panah ke arah bilangan negatif dan berhenti pada skala -2. Hal ini untuk menunjukkan bilangan pertamanya negatif -2.
- b. Karena operasi hitungnya berkenaan dengan penjumlahan, dan anak panah arahnya sudah sesuai dengan jenis bilangan keduanya, maka langkahkanlah maju anak panah tersebut sebanyak 5 langkah dari posisi skala -2.
- c. Posisi akhir dari ujung anak panah pada langkah kedua tepat berada di atas skala -7, dan ini menunjukkan hasil dari $(-2) + (-5) = -7$.

5. Tahap Pengenalan Konsep secara Abstrak

Penggunaan alat peraga misalnya manik-manik dan garis bilangan untuk melakukan operasi hitung bilangan bulat memiliki keterbatasan, karena tidak dapat menjangkau bilangan-bilangan yang cukup besar. Oleh karena itu, sebagai pendidik, kita dituntut harus bisa menyampaikannya tanpa menggunakan alat bantu yang didahului oleh proses abstraksi.

Ketika seorang siswa sudah sampai pada tahap berpikir secara abstrak, maka siswa diasumsikan sudah tidak memerlukan alat peraga lagi dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat. Artinya, dari segi mental siswa dianggap telah siap menerima pelajaran dalam tahap pengenalan konsep secara abstrak. Dalam uraian berikut, akan dipelajari strategi yang diperlukan untuk menyampaikan materi tersebut tanpa alat bantu tanpa menyalahi prinsip-prinsip operasi hitung pada bilangan bulat.

Pemahaman kepada siswa diberikan dengan cara menginstruksikan kepada mereka untuk melihat dan memperhatikan kembali hasil pekerjaan yang telah mereka lakukan sebelumnya pada operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat ketika mereka menggunakan alat peraga. Contohnya pada permasalahan berikut ini:

(a) $2 + 5 = 7$, (b) $2 + (-5) = -3$, (c) $(-2) + 5 = 3$, (d) $(-2) + (-5) = -7$.

Dari hasil perhitungan di atas, siswa diajak berpikir bahwa terdapat hal-hal yang menarik dari keempat hasil penjumlahan bilangan-bilangan di atas yang dapat disimpulkan untuk melakukan ketepatan-ketepatan sebagai berikut:

1. Dari soal butir a, dapat disimpulkan bahwa 'jumlah dua bilangan bulat positif adalah bilangan positif lagi'. Cara untuk memperoleh hasilnya dengan menumlahkan kedua bilangan itu seperti penjumlahan biasa.

2. Dari butir b dan c, dapat disimpulkan bahwa 'jumlah dua bilangan bulat, satu positif dan satunya lagi negatif hasilnya dapat berupa bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif, atau dapat pula menghasilkan bilangan 0 (nol). Hal ini tergantung dari bilangan bulat yang dijumlahkan:
- $2 + (-5) = -3$ atau $(-5) + 2 = -3$.
Pada penjumlahan pertama, tampak bahwa angka dari bilangan bulat negatifnya (yaitu 5) lebih besar dari angka bilangan bulat positifnya (yaitu 2), sehingga hasil penjumlahannya adalah selisih dari 5 dengan 2 yang ditandai negatif.
 - $(-2) + 5 = 3$ atau $5 + (-2) = 3$.
Pada penjumlahan kedua, tampak bahwa angka dari bilangan bulat positifnya (yaitu 5) lebih besar dari angka bilangan bulat negatifnya (yaitu 2), sehingga hasil penjumlahannya adalah selisih dari 5 dengan 2 yang ditandai dengan bilangan positif. Dengan menggunakan cara-cara tersebut, siswa diharapkan akan dapat memahami karakteristik dari suatu operasi hitung bilangan bulat.
 - $6 + (-6) = 0$ atau $(-6) + 6 = 0$.
Pada penjumlahan yang bersifat khusus ini, tampak bahwa angka dari bilangan bulat positif maupun bilangan bulat negatifnya sama, sehingga hasil penjumlahan bilangan-bilangan itu akan sama dengan 0 (nol).
3. Dari soal butir d, dapat disimpulkan bahwa 'jumlah dua buah bilangan bulat negatif adalah bilangan negatif lagi'. Sedangkan cara untuk memperoleh hasilnya sama saja dengan menjumlahkan kedua angka tersebut dan hasilnya diberi tanda negatif. Contohnya: (a) $(-6) + (-7) = -(6 + 7) = -13$, (b) $(-11) + (-19) = -(11 + 19) = -30$.
Sedangkan bentuk pengurangan bilangan bulat, dapat disampaikan

dengan strategi dan pendekatan sebagai berikut: pada saat memperagakan operasi pengurangan dengan menggunakan alat peraga, sebaiknya disajikan contoh-contoh yang berpola dan pada akhirnya dapat digunakan untuk merumuskan atau menetapkan suatu kesimpulan yang mengarah ke konsep pengurangan pada sistem bilangan bulat. Misalnya dapat disajikan beberapa contoh soal sebagai berikut: (a) $4 - (-7) = \dots$, (b) $4 - (-6) = \dots$, (c) $4 - (-5) = \dots$, (d) $4 - (-4) = \dots$, (e) $4 - (-3) = \dots$.

Kemudian siswa diminta untuk membandingkan dengan peragaan yang menyangkut operasi penjumlahan berikut: (a) $4 + 7 = \dots$, (b) $4 + 6 = \dots$, (c) $4 + 5 = \dots$, (d) $4 + 4 = \dots$, (e) $4 + 3 = \dots$.

Siswa diharapkan dapat melihat fakta bahwa hasil yang diperoleh dari operasi hitung di atas adalah bilangan-bilangan yang sama, yaitu: 11, 10, 9, 8, dan 7. Jika langkah-langkah pembelajaran tersebut sudah dilakukan dengan benar, barulah seorang guru dapat menegaskan kepada siswanya tentang konsep pengurangan pada bilangan bulat, bahwa 'mengurangi suatu bilangan bulat sama saja dengan menjumlahkan lawan dari bilangan yang mengurangi', dan secara matematis ditulis sebagai $a - b = a + (-b)$ atau $a - (-b) = a + b$.

6. Permasalahan dalam Pembelajaran Operasi Bilangan Bulat di MI

a. Penggunaan Garis Bilangan yang Prinsipnya Tidak Konsisten

Banyak sekali buku-buku pelajaran matematika di SD/MI ataupun guru-guru yang mengajarkan dengan tidak memperhatikan dengan benar prinsip-prinsip ketjara dari garis bilangan. Sebagai contoh, untuk memperagakan bentuk pengurangan $2 - 5$, hampir semua buku yang beredar memperagakan sebagai berikut:

Peragaan yang ada di buku-buku SD/MI, selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah. Padahal tidal selalu demikian, pangkal anak panahpun bisa berfungsi sebagai penunjuk hasil dari operasi hitung.

Penyampaian yang dilakukan seperti prinsip di atas memang tidak selalu salah, tetapi jika selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah, maka akan ditemui kesulitan ketika akan memperagakan bentuk operasi hitung seperti: $5 - (-6)$; $(-3) - (-7)$; $(-4) - 8$, dsb. Akhirnya, banyak guru yang menghindari pemberian contoh bentuk pengurangan $a - b$ jika $b < 0$ (b bilangan negatif) dengan menggunakan alat peraga garis bilangan.

Tentu saja hal ini tidak akan menyelesaikan masalah, karena siswa menginginkan suatu konsep yang dapat diperlihatkan atau digambarkan secara umum, sedangkan yang dilakukan di atas hanyalah manipulasi agar ketidaktahuan guru bisa ditutup-tutupi.

b. Masih banyak guru yang salah menafsirkan bentuk $a + (-b)$ sebagai $a - b$ atau bentuk $a - (-b)$ sebagai bentuk $a + b$.

Dalam buku pelajaran di sekolah dasar kelas 5 (khususnya yang membahas bilangan bulat), banyak dijumpai bentuk-bentuk operasi hitung seperti $8 + (-5)$ atau $6 - (-7)$ yang oleh para guru penulisan $+$ ($- \dots$) ditafsirkan dan disampaikan ke siswa sebagai bentuk perkalian antara positif dan negatif. Sedangkan bentuk $-$ ($- \dots$) ditafsirkan sebagai bentuk perkalian antara negatif dengan negatif.

Padahal penafsiran seperti itu tidaklah pada tempatnya dan menjadikan adanya miskonsepsi, karena di SD/MI bentuk atau konsep perkalian pada bilangan bulat belum diajarkan. Jadi, bentuk-bentuk operasi hitung seperti di atas dalam penyampaian atau dalam menjelaskan proses penyelesaiannya perlu diarahkan berdasarkan konsep ' $a + b = a + (-b)$ ' atau ' $a - (-b) = a + b$ ' yang dibaca bahwa setuju melakukan pengurangan pada bilangan bulat sama halnya

dengan menambahkan dengan lawannya. Sehingga bentuk-bentuk operasi seperti $8 + (-5)$ dan $6 - (-7)$ sebelum dikerjakan dapat ditulis sebagai $8 - 5$ dan $6 + 7$. Dari bentuk terakhir, secara abstrak siswa akan lebih mudah menyelesaikannya.

c. Masih banyak guru dan siswa yang tidak dapat membedakan tanda – atau + sebagai bentuk operasi hitung dengan tanda – atau + sebagai jenis suatu bilangan.

Umumnya, guru atau siswa belum paham ketika menempatkan tanda – atau + sebagai bentuk operasi hitung dengan tanda – atau + sebagai jenis suatu bilangan. Misalnya bentuk ' $8 + (-5)$ ', masih banyak kalangan guru maupun siswa yang membaca sebagai 'delapan ditambah min lima. Sedangkan bentuk $(-5) - (-7)$ dibaca sebagai "min lima min min tujuh". Padahal, bentuk seperti ' $8 + (-5)$ ' harus dibaca dengan "delapan ditambah negatif lima" atau "delapan plus negatif lima", sedangkan bentuk $(-5) - (-7)$ dibaca sebagai "negatif lima dikurangi negatif tujuh" atau "negatif lima minus negatif tujuh". Jadi, jika tanda – atau + berfungsi sebagai operasi hitung, harus dibaca "minus atau min atau kurang untuk tanda – dan plus atau tambah untuk tanda +". Sedangkan jika tanda – atau + ditempatkan sebagai jenis bilangan, maka harus dibaca "negatif untuk tanda – dan positif untuk tanda +".

d. Kurang tepatnya memberi pengertian tentang bilangan bulat

Pada umumnya, dalam buku-buku pelajaran di SD/MI (khususnya kelas 5 banyak yang tidak memperhatikan bagaimana memberikan penjelasan atau pengertian adanya bilangan secara tepat. Misalnya, ada buku yang memberi ilustrasi anak berjalan maju untuk menandakan bilangan positif dan anak berjalan mundur untuk menandakan bilangan negatif tanpa ada penjelasan kenapa harus ada bilangan negatif. Ada pula buku yang mengilustrasikan anak berjalan ke arah kiri dari sebuah pohon untuk menandakan bilangan negatif dan di sisi lain dari sebuah

pohon untuk menandakan bilangan positif. Padahal untuk menjelaskan pengertian bilangan bulat (khususnya yang menyangkut bilangan bulat negatif) harus dikaitkan dengan jenis atau operasi pada bilangan asli.

e. Sulitnya memberikan penjelasan bagaimana melakukan operasi hitung pada bilangan bulat secara konkret maupun secara abstrak (tanpa menggunakan alat peraga)

Masalah ini akan teratasi jika dibaca kembali uraian tentang materi yang menyangkut bahasan operasi hitung bilangan bulat, baik yang terdapat di modul ini maupun dalam bahan yang lain. yang terpenting adalah upaya guru untuk menggunakan alat peraga dengan prinsip yang benar dan ini harus dilatihkan sendiri, serta harus banyak berbuat agar pembelajaran matematika menjadi pembelajaran yang menarik dan tidak kering. Jangan lupa untuk mengkaitkan setiap permasalahan yang disampaikan dengan permasalahan yang ada di kehidupan sehari-hari walaupun tidak semuanya dapat dilakukan.

BAB IV

PEMBELAJARAN PERKALIAN DAN PEMBAGIAN PADA BILANGAN BULAT DI MI

A. Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian dalam tahap pengenalan Konsep Secara Konkret

Operasi hitung perkalian dan pembagian merupakan konsep matematika yang penting dalam pengembangan pemahaman siswa tentang operasi matematika dasar. Tahap pengenalan konsep secara konkret merupakan langkah awal yang penting dalam pembelajaran operasi hitung tersebut. Dalam tahap ini, siswa diperkenalkan dengan konsep perkalian dan pembagian melalui pengalaman nyata dan manipulasi objek konkret. Guru dapat menggunakan berbagai materi manipulatif, seperti blok-blok perkalian, kancing, atau biji-bijian, untuk membantu siswa memvisualisasikan dan memahami operasi perkalian dan pembagian. Melalui penggunaan benda-benda konkret ini, siswa dapat melihat secara langsung bagaimana perkalian dapat mewakili penjumlahan kelompok yang sama dan bagaimana pembagian dapat mewakili pembagian kelompok yang sama. Misalnya, guru dapat memberikan tugas kepada siswa untuk mengelompokkan biji-bijian ke dalam kelompok yang sama besar dan meminta mereka untuk menghitung jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok. Kemudian, siswa diminta untuk mengalikan jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok dengan jumlah kelompok untuk menentukan total biji-bijian secara

keseluruhan. Hal ini membantu siswa memahami konsep perkalian sebagai pengulangan penjumlahan kelompok yang sama.

Selanjutnya, guru juga dapat menggunakan manipulatif yang sama untuk mengajarkan konsep pembagian. Siswa diminta untuk membagi biji-bijian secara adil ke dalam kelompok yang sama besar dan menghitung jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok. Kemudian, siswa diminta untuk menentukan jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok dengan membagi total biji-bijian dengan jumlah kelompok. Dengan demikian, siswa dapat memahami konsep pembagian sebagai pembagian jumlah yang sama ke dalam kelompok yang sama. Melalui pendekatan ini, siswa dapat mengembangkan pemahaman yang kuat tentang konsep perkalian dan pembagian secara konkret sebelum memasuki representasi simbolik dan operasi hitung yang lebih abstrak. Dengan memulai dari pengalaman nyata dan manipulasi konkret, siswa memiliki fondasi yang kokoh untuk memahami konsep matematika yang lebih kompleks di masa depan.

Operasi hitung perkalian dan pembagian merupakan konsep matematika yang penting dalam pengembangan pemahaman siswa tentang operasi matematika dasar. Tahap pengenalan konsep secara konkret merupakan langkah awal yang penting dalam pembelajaran operasi hitung tersebut. Dalam tahap ini, siswa diperkenalkan dengan konsep perkalian dan pembagian melalui pengalaman nyata dan manipulasi objek konkret. Guru dapat menggunakan berbagai materi manipulatif, seperti blok-blok perkalian, kancing, atau biji-bijian, untuk membantu siswa memvisualisasikan dan memahami operasi perkalian dan pembagian. Melalui penggunaan benda-benda konkret ini, siswa dapat melihat secara langsung bagaimana perkalian dapat mewakili penjumlahan kelompok yang sama dan bagaimana pembagian dapat mewakili pembagian kelompok yang sama.

Misalnya, guru dapat memberikan tugas kepada siswa untuk mengelompokkan biji-bijian ke dalam kelompok yang sama besar

dan meminta mereka untuk menghitung jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok. Kemudian, siswa diminta untuk mengalikan jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok dengan jumlah kelompok untuk menentukan total biji-bijian secara keseluruhan. Hal ini membantu siswa memahami konsep perkalian sebagai pengulangan penjumlahan kelompok yang sama. Selanjutnya, guru juga dapat menggunakan manipulatif yang sama untuk mengajarkan konsep pembagian. Siswa diminta untuk membagi biji-bijian secara adil ke dalam kelompok yang sama besar dan menghitung jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok. Kemudian, siswa diminta untuk menentukan jumlah biji-bijian dalam setiap kelompok dengan membagi total biji-bijian dengan jumlah kelompok. Dengan demikian, siswa dapat memahami konsep pembagian sebagai pembagian jumlah yang sama ke dalam kelompok yang sama. Melalui pendekatan ini, siswa dapat mengembangkan pemahaman yang kuat tentang konsep perkalian dan pembagian secara konkret sebelum memasuki representasi simbolik dan operasi hitung yang lebih abstrak. Dengan memulai dari pengalaman nyata dan manipulasi konkret, siswa memiliki fondasi yang kokoh untuk memahami konsep matematika yang lebih kompleks di masa depan.

Sebelum membahas operasi perkalian pada bilangan bulat, ada baiknya kita kembali menengok tentang operasi perkalian pada bilangan cacah. Pada operasi bilangan cacah, telah diketahui bahwa " 3×4 " (dibaca tiga kali empatan) diartikan sebagai " $4 + 4 + 4$ " sedangkan " 4×3 " (dibaca empat kali tigaan) diartikan sebagai " $3 + 3 + 3 + 3$ ". Dari uraian di atas, dapat kita tekankan bahwa sebenarnya perkalian pada suatu bilangan maknanya sama dengan penjumlahan yang dilakukan secara berulang. Untuk mencari hasil kali $a \times b$ sama halnya dengan menunjukkan hasil penjumlahan dari $b + b + b + \dots + b$ sebanyak a faktor.

Berpedoman pada prinsip tersebut, berikut ini diperagakan perkalian bilangan bulat menggunakan media balok garis bilangan dengan berbagai permasalahannya:

1. $a \times b$, dengan $a > 0$ dan $b > 0$. Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
 - a. Pasang model pada skala 0 dan menghadap ke bilangan positif.
 - b. Langkahkan model maju sebanyak a langkah, dan setiap melangkah sebanyak b skala.
 - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
2. $a \times b$, dengan $a > 0$ dan $b < 0$. Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
 - a. Pasang model pada skala 0 dan menghadap ke bilangan negatif.
 - b. Langkahkan model maju sebanyak a langkah, dan setiap melangkah sebanyak b skala.
 - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
3. $a \times b$, dengan $a < 0$ dan $b > 0$. Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
 - a. Pasang model pada skala 0 dan menghadap ke bilangan positif.
 - b. Langkahkan model mundur sebanyak a langkah, dan setiap melangkah sebanyak b skala.
 - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.
4. $a \times b$, dengan $a < 0$ dan $b < 0$. Prinsip kerja yang harus dijalankan adalah:
 - a. Pasang model pada skala 0 dan menghadap ke bilangan negatif.
 - b. Langkahkan model mundur sebanyak a langkah, dan setiap melangkah sebanyak b skala.
 - c. Kedudukan akhir model menunjukkan hasil perkaliannya.

B. Operasi Hitung Perkalian pada Bilangan Bulat pada Tahap Pengenalan Konsep secara Semi Konkret atau Semi Abstrak

Tahap pengenalan konsep secara semi konkret, prosesnya diarahkan pada bagaimana menggunakan garis bilangan. Pada tahap ini penggunaan garis bilangan harus mengacu pada prinsip-prinsip penggunaan garis bilangan secara benar. Prinsipnya, cara kerja pada garis bilangan sama dengan tahap pengenalan perkalian menggunakan balok garis bilangan dalam tahap konkret.

Pada tahap pengenalan secara semi abstrak, sebagai acuan adalah konsep operasi hitung perkalian pada sistem bilangan cacah. Perkalian pada bilangan cacah terdapat sifat-sifat sebagai berikut:

1. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif

Mengalikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif tidak ditemukan kendala yang berarti, karena caranya sama seperti melakukan perkalian bilangan cacah dan bilangan asli, yaitu sebagai berikut:

- a. $3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$
- b. $6 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
- c. $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$
- d. $5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

Hasil perkalian dua bilangan bulat positif di atas tentu saja berupa bilangan bulat positif pula.

2. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

Di atas telah dijelaskan bahwa 3×6 sama artinya dengan penjumlahan berulang terhadap bilangan 6 sebanyak 3 kali. Selanjutnya dengan menggunakan pengertian tersebut, kita akan menyelesaikan masalah berikut ini:

- a. $3 \times (-7) = (-7) + (-7) + (-7) = -21$.

b. $4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) = -12.$

c. $2 \times (-8) = (-8) + (-8) = -16.$

Dari penjabaran penyelesaian perkalian di atas, memberi petunjuk kepada kita bahwa “hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif menghasilkan bilangan bulat negatif.”

3. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif

Prinsip penjumlahan berulang tidak dapat digunakan di sini, dan penggunaan sifat komutatif perkalian juga belum bisa dijadikan sebagai alternatif penyelesaian karena siswa belum mengenal sifat-sifat perkalian pada bilangan bulat. Oleh karena itu cara berikut ini dapat dijadikan sebagai alternatif penyelesaian:

$$5 \times 5 = 25$$

Berkurang 1	$4 \times 5 = 20$	Berkurang 5
Berkurang 1	$3 \times 5 = 15$	Berkurang 5
Berkurang 1	$2 \times 5 = 10$	Berkurang 5
Berkurang 1	$1 \times 5 = 5$	Berkurang 5
Berkurang 1	$0 \times 5 = 0$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-1 \times 5 = \dots$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-2 \times 5 = \dots$	Berkurang 5
Berkurang 1	$-3 \times 5 = \dots$	Berkurang 5

Dengan memperhatikan pola atau aturan yang terlihat di sebelah kiri dan di sebelah kanan bilangan yang dikalikan, dapat ditentukan hasil kali bilangan yang ada di bawah garis putus-putus. $(-1) \times 5 = (-5)$, didapat dari hasil kali bilangan di atasnya, yaitu 0 dikurangi 5. $(-2) \times 5 = (-10)$ didapat dari hasil kali bilangan di atasnya, yaitu (-5) dikurangi 5.

Dan seterusnya jika perkalian diteruskan maka akan selalu didapatkan bilangan bulat negatif. Dari pola tersebut, maka dapat

ditarik kesimpulan bahwa “hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif adalah bilangan bulat negatif.”

4. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Menggunakan aturan dan pola seperti pada pola perkalian pada saat menentukan hasil perkalian antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif, maka kita dapat menyelesaikan perkalian antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif sebagai berikut:

$$4 \times (-2) = \dots$$

$$3 \times (-2) = \dots$$

$$2 \times (-2) = \dots$$

$$1 \times (-2) = \dots$$

$$0 \times (-2) = \dots$$

$$(-1) \times (-2) = \dots$$

$$(-2) \times (-2) = \dots$$

$$(-3) \times (-2) = \dots$$

Lengkaplah semua permasalahan perkalian yang mungkin pada bilangan bulat, sehingga dengan mudah kita dapat menghitung hasil kali sebarang dua bilangan bulat, dan selanjutnya dapat disimpulkan bahwa:

Bilangan bulat positif $\times$ bilangan bulat positif = bilangan bulat positif

Bilangan bulat positif $\times$ bilangan bulat negatif = bilangan bulat negatif

Bilangan bulat negatif $\times$ bilangan bulat positif = bilangan bulat negatif

Bilangan bulat negatif $\times$ bilangan bulat negatif = bilangan bulat positif

C. Operasi Pembagian pada Bilangan Bulat

Operasi pembagian pada bilangan bulat adalah proses matematika yang melibatkan pembagian dua bilangan bulat untuk mencari hasil bagiannya. Operasi ini memungkinkan kita untuk membagi kelompok atau jumlah tertentu menjadi bagian-bagian yang sama besar atau untuk menemukan berapa kali satu bilangan dapat dibagi menjadi bilangan lain. Operasi pembagian pada bilangan bulat pada dasarnya sama dengan mencari faktor (bilangan) yang belum diketahui. Bentuk pembagian dapat dimaknai sebagai bentuk operasi perkalian dengan salah satu faktornya belum diketahui. Contohnya, jika dalam bentuk perkalian $3 \times 4 = n$, maka tentu saja nilai $n = 12$. Dalam pembagian permasalahan seperti itu dapat dinyatakan dalam bentuk: $12 : 3 = n$ atau $12 : 4 = n$. Dari bentuk ini, kira-kira bagaimana menentukan nilai n ? 😊

Seperti halnya operasi hitung pada bilangan bulat yang lain baik penjumlahan, pengurangan maupun perkalian, pada pembagian pada tahap pengenalan konsep secara konkret juga dapat didekati dengan menggunakan alat peraga berupa garis bilangan. Prinsip kerja yang dilakukan pada proses pembagian adalah: untuk menuju bilangan yang akan dibagi (misalnya a) dengan skala sebesar bilangan pembaginya (misal b), berapa langkahkah kita dapat menjalankan model, baik maju maupun mundur agar dapat sampai ke bilangan a .

Posisi awal model tergantung pada bilangan pembaginya. Bila bilangan pembaginya merupakan bilangan positif ($b > 0$), maka posisi awal model menghadap ke bilangan positif. Sebaliknya, jika bilangan pembaginya merupakan bilangan negatif ($b < 0$), maka posisi awal model menghadap ke bilangan negatif.

Bilangan hasil baginya ditentukan dari jumlah langkah, sedangkan jenis bilangan ditentukan oleh gerakan maju atau mundurnya model. Bila model bergerak maju dengan jumlah langkah tertentu, maka hasil baginya merupakan bilangan positif yang besarnya sesuai dengan

jumlah langkah yang terjadi. Selanjutnya, bila model bergerak mundur dengan jumlah langkah tertentu, maka hasil baginya merupakan bilangan negatif yang besarnya sesuai dengan langkah yang terjadi. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini:

a. $-6 : 2 = \dots$

1. Bilangan pembagi lebih dari 0 ($b > 0$), berarti posisi awal model menghadap ke bilangan positif pada skala nol.
2. Untuk sampai ke bilangan -6 model bergerak mundur sebanyak 3 langkah dengan masing-masing langkah sebanyak 2 skala (bilangan pembaginya 2).
3. Hasil bagi dari $-6 : 2 = -3$ (diperlihatkan oleh mundurnya model sebanyak 3 langkah).

b. $-6 : (-2) = \dots$

1. Bilangan pembagi adalah negatif ($b < 0$), artinya posisi awal model menghadap ke bilangan negatif pada skala 0.
2. Untuk sampai ke bilangan -6 model bergerak maju sebanyak 3 langkah dengan masing-masing langkah sebanyak 2 skala (bilangan pembaginya adalah -2).
3. Hasil bagi dari $-6 : (-2) = 3$ (diperlihatkan oleh majunya model sebanyak 3 langkah).

Prinsip kerja yang harus diperhatikan pada penggunaan garis bilangan ini sebenarnya sama dengan saat kita menggunakan alat peraga balok garis bilangan. Dalam tahap pengenalan konsep secara semi konkret maupun secara abstrak dapat dilakukan hal yang sama dengan operasi hitung sebelumnya. Demikian uraian singkat bagaimana menanamkan konsep operasi hitung pembagian bilangan bulat dalam tahap konkret dan semi konkret.

Pemahaman operasi pembagian pada bilangan bulat adalah penting dalam pemecahan masalah matematika, pemodelan situasi dunia nyata, dan dalam pengembangan pemahaman konsep matematika yang lebih

kompleks. Dengan menguasai operasi pembagian pada bilangan bulat, kita dapat melakukan perhitungan yang akurat, memecahkan masalah matematika dengan efisien, dan mengaplikasikan konsep matematika dalam berbagai situasi kehidupan sehari-hari.

BAB V

BILANGAN RASIONAL DAN SISTEM OPERASI BILANGAN RASIONAL (Bagian 1)

A. Definisi Bilangan Cacah

Bilangan rasional atau yang lebih sering dikenal dengan bilangan pecahan menjadikan permasalahan tersendiri, baik bagi guru maupun bagi siswa. Guru merasa sudah menemui banyak kesulitan ketika mengajarkan konsep bilangan bulat apalagi harus menyampaikan konsep tentang bilangan pecahan. Bilangan cacah adalah istilah dalam matematika yang merujuk pada bilangan-bilangan yang digunakan untuk menghitung objek dalam himpunan terbatas. Bilangan cacah juga dikenal sebagai bilangan asli atau bilangan non-negatif. Bilangan cacah terdiri dari bilangan 0 dan semua bilangan positif tanpa adanya bilangan negatif. Bilangan cacah digunakan untuk mengidentifikasi banyaknya objek dalam suatu himpunan, menghitung jumlah, menunjukkan posisi dalam urutan, atau mengukur ukuran kuantitatif. Sebagai contoh, jika terdapat 5 apel di meja, kita dapat mengatakan bahwa jumlah apel adalah 5, dan 5 merupakan bilangan cacah yang mewakili banyaknya apel tersebut.

Definisi bilangan cacah sering kali diperkenalkan pada tahap awal pembelajaran matematika, di mana siswa dikenalkan dengan konsep dasar menghitung dan pengukuran. Bilangan cacah juga berfungsi

sebagai dasar untuk memahami konsep-konsep matematika yang lebih kompleks seperti operasi aritmatika, perbandingan, urutan bilangan, dan lain-lain. Dalam notasi bilangan cacah, bilangan 0 sering kali digunakan sebagai titik awal untuk menghitung atau mengidentifikasi objek. Bilangan-bilangan berikutnya, seperti 1, 2, 3, dan seterusnya, digunakan untuk menghitung jumlah objek secara berurutan. Penting untuk memahami bahwa bilangan cacah hanya mencakup bilangan positif dan nol. Bilangan negatif atau pecahan tidak termasuk dalam kategori bilangan cacah. Misalnya, -2, -1, $-\frac{1}{2}$, atau $\sqrt{2}$ bukanlah bilangan cacah, karena mereka melampaui batasan bilangan cacah yang hanya melibatkan bilangan positif atau nol.

Dengan pemahaman yang baik tentang definisi bilangan cacah, siswa dapat membangun dasar yang kuat untuk memahami konsep matematika yang lebih lanjut. Pemahaman tentang bilangan cacah memainkan peran penting dalam pemodelan situasi nyata, melakukan operasi aritmatika, mengembangkan pemahaman tentang hubungan kuantitatif, dan memecahkan masalah matematika dalam kehidupan sehari-hari. Sudah banyak dicoba berbagai cara dan alat peraga yang digunakan oleh guru ketika membelajarkan konsep bilangan rasional, tetapi yang perlu ditengok lagi, sudah tepatkah prinsip yang digunakan? Sudah sesuaikah alat peraga beserta prinsip penggunaannya? Apakah prinsip penggunaan alat peraganya dapat digeneralisasi untuk setiap permasalahan pembelajaran pada bilangan rasional? Pertanyaan-pertanyaan semacam ini akan muncul dengan sendirinya ketika kita sudah tahu ternyata banyak ditemukan miskonsepsi pada pembelajaran bilangan bulat menggunakan alat peraga manik-manik dan garis bilangan. Berikut ini akan disampaikan tentang bilangan rasional meliputi sifat bilangan rasional, kesulitan siswa dalam memahami bilangan rasional serta pola pengembangan dan pembelajaran yang sesuai untuk membantu mengatasi kesulitan siswa.

B. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional

Pembahasan tentang bilangan bulat tentu saja belum cukup untuk memenuhi berbagai kebutuhan, keperluan, dan kepentingan sehari-hari manusia. Menyatakan banyaknya bagian dari suatu keseluruhan, menyatakan banyaknya beberapa benda dari sejumlah benda, menyatakan hasil pengukuran baik panjang, berat, waktu, luas, isi, dll, adalah sedikit dari banyak hal yang berkaitan dengan ketidakberdayaan bilangan bulat ketika berhadapan dengan permasalahan semua itu.

Keperluan akan bilangan rasional bahkan sudah diketahui pada awal sejarah peradapan manusia, dan keperluan ini dirasakan mendesak setelah adanya perkembangan di multi disiplin ilmu seperti komunikasi, kehidupan sosial-budaya yang lebih rumit dan serba canggih. Tidak diragukan lagi bahwa manusia memerlukan bilangan-bilangan yang ada di antara 0 dan 1, antara 1 dan 2, dan seterusnya.

Setelah berlangsung selama bertahun-tahun dan bahkan berabad-abad, barulah para ahli matematika menyadari perlunya untuk merumuskan atau menyatakan keperluan bilangan khusus ini disebabkan munculnya kasus-kasus sebagai berikut:

1. Terdapat bilangan cacah x sedemikian sehingga kalimat berikut ini bernilai benar.
 $36 : 9 = x$; $42 : 7 = x$; $27 : 3 = x$,
 Tidak terdapat bilangan cacah x sedemikian sehingga kalimat berikut ini bernilai benar.
2. $3 : 2 = x$; $7 : 3 = x$; $35 : 8 = x$.

Untuk menyelesaikan dua tipe permasalahan di atas, para ahli matematika kemudian mengekspansi bilangan cacah dengan mendefinisikan bilangan baru yang dapat digunakan untuk mengganti x sedemikian sehingga kalimat matematika tersebut menjadi bernilai benar.

Untuk mengganti nilai x dari sebarang kalimat yang memiliki bentuk $p : q = x$, dengan p dan q adalah anggota himpunan bilangan

cacah dan q tidak boleh nol, dapat ditulis dalam bentuk p/q dan bentuk seperti ini yang didefinisikan sebagai pecahan, p disebut sebagai pembilang (numerator) dan q disebut sebagai penyebut (denominator). Bilangan-bilangan yang ditulis dalam bentuk $\frac{p}{q}$ disebut sebagai bilangan rasional.

Definisi 3.1.

Pecahan adalah suatu lambang yang memuat pasangan berurutan bilangan-bilangan bulat p dan q (dengan syarat $q \neq 0$), ditulis dengan $\frac{p}{q}$, untuk menyatakan nilai x yang memenuhi hubungan $p : q = x$.

Dari definisi 3.1. di atas jelas bahwa $5 : 0 = x$ dipenuhi oleh nilai $x = \frac{5}{9}$, yang artinya $5 : 9 = \frac{5}{9}$.

Definisi 3.2.

Pecahan $\frac{p}{q}$ sama dengan pecahan $\frac{r}{s}$, ditulis $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, jika dan hanya jika $ps = qr$.

Dari definisi di atas dapat diketahui bahwa $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ sebab $3 \times 10 = 5 \times 6 = 30$.

Definisi 3.3.

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai pecahan p/q dimana p dan q disebut sebagai pecahan sederhana karena FPB dari pembilang dan penyebut masing-masing pecahan sama dengan 1.

Mengubah pecahan yang bukan pecahan sederhana menjadi pecahan sederhana disebut menyederhanakan (*simplifying*) pecahan. Menyederhanakan $\frac{p}{q}$ diselesaikan dengan membagi pembilang (p) dan penyebut (q) dengan (p,q) . Jika p/q bukan pecahan sederhana, maka: $\frac{\frac{p}{(p,q)}}{\frac{q}{(p,q)}}$ adalah pecahan sederhana karena $\frac{p}{(p,q)} : \frac{q}{(p,q)} = 1$.

Contoh 3.1

$\frac{4}{6}$ bukan pecahan sederhana karena $(4, 6) = 2$, maka

$$\left(\frac{4}{(4,6)}, \frac{6}{(4,6)}\right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{6}{2}\right) = (2, 3) = 1$$

Dan $\frac{\frac{4}{(4,6)}}{\frac{6}{(4,6)}} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{6}{2}} = \frac{2}{3}$ adalah pecahan sederhana.

Suatu pecahan sederhana p/q dapat diubah atau dibuat menjadi pecahan yang lain yang senilai. Pengubahan dapat dilakukan dengan cara mengalikan pembilang dan penyebut dengan sebarang bilangan yang sama. Misalnya untuk semua bilangan bulat p , q , dan r , dengan $q \neq 0$, $r \neq 0$, maka berlaku:

$$\frac{p}{q} = \frac{p \times r}{q \times r}$$

Contoh

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}, \text{ dsb.}$$

Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional

Bilangan rasional dikenalkan kepada siswa pada kelas 3. Pada level ini siswa diharapkan sudah berada pada tahap berpikir semi konkret atau semi abstrak. Sehingga pengenalan operasi aljabar pada bilangan rasional sudah dapat diberikan secara semi abstrak sebagai berikut:

Definisi 4.1.

Jika $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ adalah sebarang dan bilangan rasional, maka:

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{ps + qr}{qs} \text{ dan } \frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps - qr}{qs}$$

Contoh 4.1

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2.4 + 3.3}{3.4} = \frac{8 + 9}{12} = \frac{17}{12}$$

Sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan rasional memiliki beberapa kesamaan dengan sifat-sifat dalam penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, yaitu:

Jika diketahui $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$, dan $\frac{t}{u}$ adalah bilangan-bilangan rasional, maka:

1. Penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional bersifat tertutup, artinya ketika sebuah bilangan rasional ditambah dengan bilangan rasional dan ketika bilangan rasional dikurangi bilangan rasional maka keduanya juga menghasilkan bilangan rasional.
2. Penjumlahan bilangan rasional bersifat komutatif: $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{p}{q}$
3. Penjumlahan bilangan rasional bersifat asosiatif

C. Kesulitan Belajar dan Pembelajaran Bilangan Rasional di MI

Di sebuah sekolah dasar yang bernama MI Harapan Mulia, terdapat seorang siswa bernama Rizky. Rizky adalah seorang anak yang cerdas dan bersemangat dalam belajar, namun dia menghadapi kesulitan saat mempelajari bilangan rasional.

Kesulitan belajar Rizky terletak pada pemahaman konsep bilangan rasional. Meskipun sudah diberikan penjelasan oleh guru secara terperinci, Rizky masih merasa bingung dengan konsep ini. Baginya, memahami bahwa bilangan rasional merupakan pecahan atau desimal yang dapat ditulis sebagai pecahan adalah hal yang rumit. Rizky sering merasa kebingungan saat mencoba melakukan operasi matematika dengan bilangan rasional. Misalnya, saat mencoba menambahkan dua bilangan rasional, dia sering kali salah dalam menentukan penjumlahan pecahan dengan pembilang dan penyebut yang berbeda. Rizky juga merasa kesulitan dalam mengurangi, mengalikan, dan membagi bilangan rasional.

Selain itu, Rizky juga menghadapi kesulitan dalam mengaitkan konsep bilangan rasional dengan situasi nyata. Saat diberikan soal yang melibatkan

penggunaan bilangan rasional dalam kehidupan sehari-hari, Rizky sering merasa kebingungan dalam menentukan bagaimana mengaplikasikan konsep tersebut. Guru di MI Harapan Mulia menyadari kesulitan belajar yang dialami Rizky. Dalam upaya membantu Rizky mengatasi kesulitan tersebut, guru menggunakan pendekatan yang lebih terarah dan praktis. Guru memberikan contoh-contoh yang nyata dalam kehidupan sehari-hari yang menggunakan bilangan rasional, seperti membagi sejumlah biskuit dengan beberapa teman atau membagi buah-buahan dalam jumlah yang tidak sama. Guru juga menggunakan manipulatif, seperti penggunaan benda-benda konkret, seperti kue, permen, atau kartu pecahan, untuk membantu Rizky memvisualisasikan operasi matematika dengan bilangan rasional. Dalam hal ini, Rizky dapat lebih mudah memahami konsep penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan rasional. Guru memberikan latihan-latihan yang bertahap dan terstruktur kepada Rizky. Latihan ini meliputi pengenalan konsep bilangan rasional, operasi matematika sederhana, hingga soal-soal yang lebih kompleks. Dengan pendekatan ini, Rizky dapat belajar secara bertahap dan memperkuat pemahamannya tentang bilangan rasional.

Melalui dukungan dan bimbingan yang terus-menerus dari guru dan orang tua, Rizky akhirnya berhasil mengatasi kesulitan belajarnya dalam mempelajari bilangan rasional. Dia menjadi lebih percaya diri dan mampu menjalankan operasi matematika dengan lancar menggunakan bilangan rasional. Kisah Rizky menunjukkan bahwa kesulitan belajar dalam memahami bilangan rasional dapat diatasi melalui pendekatan yang tepat, latihan yang terstruktur, serta dukungan yang konsisten dari guru dan orang tua. Dengan ketekunan dan upaya yang sungguh-sungguh, siswa-siswa seperti Rizky dapat mengatasi kesulitan tersebut dan meraih pemahaman yang baik dalam matematika, khususnya dalam mempelajari bilangan rasional.

Tidaklah mudah membuat siswa memahami konsep bilangan rasional atau bilangan pecahan. Oleh karena itu sangat disarankan para

guru untuk menggunakan media atau alat peraga serta benda-benda manipulatif dikombinasikan dengan kondisi realistik di sekitar siswa. Menggunakan alat peraga serta benda-benda manipulatif diharapkan siswa dapat memanipulasi sendiri untuk memahami konsep dan makna, sehingga mereka akan lebih mendalami dan menghayati konsep yang sedang dipelajarinya.

Konsep pecahan adalah konsep yang sangat penting untuk dipelajari karena sebagai bekal untuk mempelajari konsep matematika berikutnya. Selama ini banyak guru yang cenderung menggunakan cara yang mekanistik, yaitu cara yang diberikan dengan dihafal, diingat dan diterapkan tanpa tahu makna dan manfaatnya. Hal ini pula yang menjadi penyebab siswa kesulitan mempelajari konsep pecahan. Berikut ini kami paparkan beberapa kesulitan siswa dan alternatif cara meminimalisir kesulitan tersebut.

1. Siswa tidak mengerti makna pecahan $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{3}{4}$

Prinsip pecahan sebenarnya adalah menyatakan bagian dari sejumlah sesuatu, yang perlu ditekankan adalah konsep keseluruhan sebagai satuan dan konsep sama. Keduanya dapat dikaitkan dengan panjang, luas, volume, dan lain-lain. Siswa diberikan kesempatan seluas-luasnya untuk memahami makna pecahan dengan berinteraksi sendiri dengan media dan bahan manipulatif:

- a. Masing-masing siswa diberikan satu lembar kertas dan diminta melipatnya sesuai dengan keinginan masing-masing. Siswa diberi kesempatan untuk membuka dan menutup lipatan kertas masing-masing dan menemukan lebih dari satu macam bentuk lipatan.
- b. Setelah siswa menemukan beberapa bentuk/macam lipatan, guru memberikan definisi setengah, sepertiga, seperempat, dua pertiga, dan lain-lain.
- c. Untuk mengekskan pengetahuan siswa tentang pecahan, berikutnya diberikan bermacam-macam bentuk kertas

(misalnya kertas berbentuk persegi/bujur sangkar, persegi panjang, lingkaran, segitiga, dsb). Berikan kesempatan kepada siswa untuk menceritakan hasil lipatannya, dan memberikan arsiran untuk menyatakan 1 lipatan dari 4 lipatan dan sebagainya dari bermacam-macam bentuk kertas tadi.

2. Siswa kesulitan memahami perkalian antara bilangan asli dengan bilangan pecahan

Guru dapat menggunakan kertas karton yang diberikan ilustrasi pada kertas karton tersebut ukuran satu, setengah, sepertiga, seperempat, seperlima, dan seterusnya sampai dengan sepersepuluh.

1									
$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	

Dari potongan-potongan karton di atas siswa diharapkan dapat menemukan fakta-fakta bilangan pecahan sebagai berikut:

- a. 3 dari 4 potongan yang sama nilainya dengan tiga perempat, masing-masing bernilai satu per empat.
 - b. 5 dari 7 potongan sama nilainya dengan bentuk penjumlahan berulang seper tujuh sebanyak 7 kali. Dst.
3. Siswa mengalami kesulitan dalam memahami pecahan senilai.

Untuk mengatasi keadaan ini, dapat tetap digunakan kertas karton pada poin dua di atas. Dari potongan-potongan karton tersebut, siswa diajak untuk menemukan fakta-fakta sebagai berikut:

- a. Karton dengan nilai dua per empat tepat dapat menutup karton dengan nilai setengah.
- b. Karton dengan nilai tiga per enam tepat dapat menutup karton dengan nilai dua per empat.
- c. Karton dengan nilai lima per sepuluh tepat dapat menutup karton dengan nilai empat per delapanan.

Siswa diajak bersama-sama menemukkan proses seperti poin a, b, dan c, dengan cara memanipulasikan potongan-potongan tersebut agar saling menutup agar menjadi sama panjang. Berdasarkan fakta-fakta yang ditemukan atau kasus yang diselesaikan bersama, para siswa diharapkan dapat menemukan pola sehingga mereka sampai pada kesimpulan:

$$\frac{1}{p} = \frac{1 \times q}{p \times q} = \frac{q}{pq}.$$

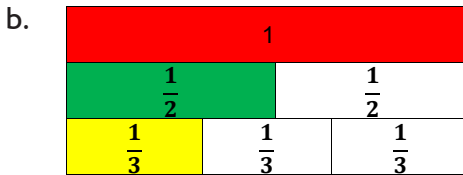
Dengan demikian, siswa mengetahui bahwa perkalian oleh bilangan yang sama terhadap pembilang maupun penyebut suatu bilangan pecahan akan menghasilkan bilangan pecahan senilai.

4. Siswa mengalami kesulitan membandingkan dan mengurutkan pecahan.

Kesulitan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan potongan-potongan karton seperti pada poin 2. Langkah yang

dapat ditempuh antara guru dan siswa adalah sebagai berikut:

- a. Ambillah dua buah potongan karton bernilai satuan. Karton pertama dibagi menjadi dua bagian, satu bagiannya diarsir. Karton kedua dibagi menjadi tiga bagian yang sama, dan satu bagian yang paling kiri diarsir. Setelah itu dua karton tadi diletakkan berjajar atas dan bawah, akan terlihat bahwa daerah terarsir setengah lebih banyak daripada sepertiga.



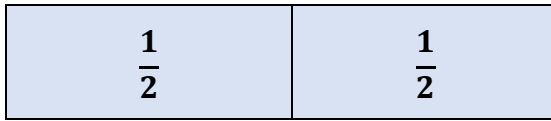
Guru dapat memberikan kasus serupa dengan beda permasalahan, kemudian guru dapat menanamkan kepada siswa agar dapat mengenal pola atau aturan yang benar bilangan pecahan mana yang kurang dari atau yang lebih dari bilangan pecahan yang lain.

Cara lain yang lebih abstrak dapat diberikan dengan menggunakan garis bilangan, yaitu dengan meletakkan bilangan-bilangan yang akan dibandingkan pada garis bilangan tersebut. Dari kegiatan ini diharapkan siswa menjadi semakin paham posisi bilangan-bilangan pecahan yang satu dengan yang lain.

5. Siswa mengalami kesulitan untuk mencari hasil pembagian bilangan pecahan.

- a. Pembagian $1 : \frac{1}{2}$, $1 : \frac{1}{3}$, $1 : \frac{1}{4}$, dan seterusnya.

Mencari hasil bagi dari $1 : \frac{1}{2}$, sama artinya dengan mencari banyaknya nilai perdua (tengahan) dalam satu satuan. Dengan kata lain ada beberapa nilai perdua dalam satu satuan. Jika diperagakan dengan karton perdua dapat dilihat pada gambar berikut ini.



Gambar 3.3

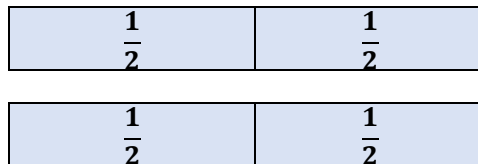
Pada gambar 3.3 terlihat bahwa ada dua buah karton perdua dalam satu satuan. Maka dapat disimpulkan bahwa $1 : \frac{1}{2} = 2$. Cara yang sama dapat dilakukan untuk mencari selesaian $1 : \frac{1}{3}$, $1 : \frac{1}{4}$, dan masalah lain yang serupa.

6. Siswa mengalami kesulitan untuk menyelesaikan hasil bagi $2 : \frac{1}{2}$, $2 : \frac{1}{3}$, $3 : \frac{1}{4}$, $4 : \frac{1}{5}$, dan lain-lain.

Langkah-langkah penyelesaian yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut:

Menyelesaikan masalah $2 : \frac{1}{2}$.

$2 : \frac{1}{2}$, artinya sama dengan mencari banyaknya nilai perdua (tengahan) dalam dua satuan, hal ini dapat ditunjukkan dengan dua buah potongan karton satuan sebanyak dua buah. Masing-masing karton memuat dua potongan perdua.



Gambar 3.2

Pada gambar 3.4 terlihat bahwa terdapat 4 buah karton tengahan dalam 2 satuan. Hal ini menunjukkan bahwa :

$$2 : \frac{1}{2} = 2 \times \left(1 : \frac{1}{2}\right) = 2 \times 2 = 4$$

Cara yang sama dapat dilakukan pada masalah berikutnya. Diskusikan dengan teman Anda.

7. Siswa mengalami kesulitan untuk menyelesaikan masalah pembagian $1 : \frac{2}{3}$, $1 : \frac{3}{4}$, $2 : \frac{2}{3}$, $3 : \frac{3}{4}$, dan lain-lain.

Pada prinsipnya aturan untuk menyelesaikan pembagian seperti poin tujuh sama dengan sebelumnya. Perhatikan langkah-langkah berikut ini:

Menjelaskan $1 : \frac{2}{3}$, sama artinya dengan mencari banyaknya nilai dua pertigaan dalam satu satuan.

Dari gambar 3.4 terlihat adanya satu karton dengan nilai dua pertigaan dan sisanya satu buah karton dengan nilai sepertigaan. Sisa sepertigaan itu digunakan sebagai satuan baru, untuk mengetahui seberapa sisa potongan karton tempelkanlah sisa potongan tersebut ke karton satuan sehingga diketahui bahwa nilainya sama dengan setengah.

$$\text{Jadi } 1 : \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

Bentuk pembagian $1 : \frac{3}{4}$ dapat diselesaikan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Bentuk pembagian $2 : \frac{2}{3}$, $3 : \frac{3}{4}$, dapat diselesaikan dengan prinsip yang sama dengan masalah sebelumnya. Diskusikan dengan teman Anda, jika menemui kesulitan tanyakanlah kepada tutor Anda.

8. Siswa mengalami kesulitan untuk mencari hasil pembagian yang berbentuk $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$, dan $\frac{2}{3} : \frac{3}{8}$.

Untuk membantu siswa menyelesaikan masalah tersebut, dapat dijelaskan dengancara sebagai berikut:

Langkah-langkah penyelesaian bentuk pembagian $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$.

- Ambil dua buah potongan karton (anggapsebagai karton satuan), dan bentuklah masing-masing sesuai dengan besarnya penyebut masing-masing bilangan baik pembagi

maupun yang dibagi.

Letakkan secara berdampingan kedua karton satuan tersebut baik yang bernilai $\frac{3}{4}$ maupun yang bernilai $\frac{2}{3}$. Anda akan melihat bahwa daerah $\frac{3}{4}$ akan lebih besar daripada daerah $\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$

- Guntinglah daerah yang tidak tersisir (yang berwarna putih) sehingga yang tersisa hanya daerah yang berwarna merah (bernilai tiga per empat) dan daerah yang berwarna biru (bernilai dua per tiga).
- Guntinglah daerah sisa pada tiga per empat yang akan kita cari nilainya terhadap potongan karton yang bernilai dua per tiga.
- Hasil potongan pada langkah (c) diukurkan pada potongan karton dua per tigaan, ternyata pada potongan karton dua pertigaan diperoleh delapan bagian potongan karton yang diarsir. Jadi potongan karton yang diarsir menyetakan seperdelapan bagian dari nilai potongan karton dua pertigaan, perhatikan gambar berikut ini.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

- Jadi $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1$ potongan karton dua per tigaan ditambah seperdelapan bagian potongan karton dua per tigaan, atau $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1\frac{1}{8}$. Dengan langkah yang sama, dapat diselesaikan masalah berikutnya. Diskusikanlah dengan temanmu.

9. Siswa kesulitan menyelesaikan hasil pembagian yang berbentuk $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$.

Penyelesaian terhadap permasalahan pembagian bilangan pecahan $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$ sama dengan poin 8, perbedaannya terletak pada dari dijumlahkan menjadi dikurangkan. Perhatikan langkah penyelesaian berikut ini.

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$		
---------------	---------------	--	--

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	
---------------	---------------	---------------	--

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

BAB VI

PEMBELAJARAN BILANGAN DESIMAL

A. Pengertian Bilangan Desimal

Di kelas 5B SD Cahaya Gemilang, terdapat sekelompok siswa yang sedang belajar tentang bilangan desimal. Salah satu siswa yang bernama Maya sangat antusias dalam mengikuti pembelajaran ini. Namun, Maya menghadapi beberapa tantangan dalam memahami konsep bilangan desimal. Maya merasa kesulitan dalam memahami tempat nilai (posisi) dari setiap digit dalam bilangan desimal. Dia seringkali bingung ketika mencoba menentukan nilai posisi desimal seperti puluhan, satuan, dan persepuluhannya. Terkadang, Maya juga kesulitan dalam mengidentifikasi dan membandingkan nilai desimal yang memiliki angka di belakang koma yang berbeda. Selain itu, Maya merasa cemas ketika dia harus mengubah bilangan desimal menjadi pecahan biasa atau sebaliknya. Dia seringkali keliru dalam menentukan bagian desimal dalam pecahan atau memperhatikan pembulatan bilangan desimal yang lebih besar atau lebih kecil.

Guru di SD Cahaya Gemilang menyadari tantangan yang dihadapi oleh Maya dan siswa lainnya dalam mempelajari bilangan desimal. Untuk membantu siswa mengatasi kesulitan ini, guru menggunakan berbagai strategi pembelajaran yang interaktif dan menyenangkan. Guru menggunakan benda-benda konkret, seperti kubus atau balok, untuk membantu siswa memvisualisasikan nilai posisi dalam bilangan

desimal. Siswa diajak untuk mengatur dan menggerakkan benda-benda ini sesuai dengan digit dan tempat nilai yang tepat, sehingga mereka dapat memahami konsep tempat nilai dalam bilangan desimal secara konkret. Selain itu, guru juga menggunakan media pembelajaran yang menarik, seperti permainan interaktif dan kartu bermain, untuk melibatkan siswa dalam mempraktikkan keterampilan matematika dengan bilangan desimal. Siswa diberikan kesempatan untuk bermain peran sebagai penjual atau pembeli di sebuah toko, menggunakan bilangan desimal dalam menghitung harga barang dan uang kembali.

Guru juga memberikan latihan-latihan yang beragam, mulai dari pengenalan bilangan desimal hingga operasi matematika yang melibatkan bilangan desimal, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Latihan-latihan ini dirancang secara bertahap, memungkinkan siswa untuk memperkuat pemahaman mereka secara perlahan. Dengan tekad dan bimbingan yang berkelanjutan dari guru, Maya dan teman-teman sekelasnya berhasil mengatasi kesulitan mereka dalam mempelajari bilangan desimal. Mereka menjadi lebih percaya diri dalam menggunakan bilangan desimal dalam konteks nyata, seperti mengukur bahan makanan atau menghitung skor dalam olahraga. Kisah Maya dan teman-temannya menunjukkan bahwa dengan pendekatan pembelajaran yang kreatif, interaktif, dan terstruktur, siswa-siswa dapat mengatasi kesulitan mereka dalam memahami konsep bilangan desimal. Mereka belajar dengan lebih menyenangkan dan berhasil mengembangkan keterampilan matematika yang kuat dalam menggunakan bilangan desimal.

Mempelajari bilangan desimal atau bilangan pecahan desimal memang perlu memahami nilai tempat dan arti dari penulisan bilangan pecahan desimal. Perhatikan bilangan-bilangan pecahan yang penyebutnya mempunyai kelipatan sepuluh sebagai berikut: $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$. Bilangan-bilangan itu jika ditulis dalam bentuk pecahan desimal, maka dapat ditulis dalam bentuk berikut: 0,1; 0,01;

0,001; 0,0001.

Sistem numerasi desimal adalah sistem numerasi yang berbasis sepuluh, artinya bilangan 10 yang dipakai sebagai acuan pokok dalam melambangkan dan menyebut bilangan. Sistem numerasi desimal diperkirakan berasal dari sistem Hindu-Arab, berawal dari India sekitar tahun 300 S.M.. kemudian ilmu ini berkembang di wilayah Timur Tengah (Baghdad) sekitar tahun 750 sebelum pada abad ke-8 berkembang di Spanyol dan kemudian Eropa.

Bentuk panjang dari bilangan pecahan desimal 3, 14 dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$(3 \times 1) + (1 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{100}).$$

B. Mengubah Bilangan Pecahan Biasa menjadi Bentuk Desimal dan Sebaliknya

Di sebuah kelas 6A di SD Budi Mulia, ada seorang siswa yang bernama Rani. Rani adalah seorang siswa yang cerdas dan bersemangat dalam mempelajari matematika. Namun, dia menghadapi kesulitan dalam mengubah bilangan pecahan biasa menjadi bentuk desimal dan sebaliknya. Setiap kali Rani diberikan soal untuk mengubah bilangan pecahan biasa menjadi bentuk desimal, dia merasa kebingungan. Dia tidak tahu bagaimana cara melakukannya dan seringkali salah dalam menghitung angka desimal yang tepat. Kesulitan yang sama juga dialami Rani ketika dia diminta untuk mengubah bilangan desimal menjadi pecahan biasa. Dia merasa sulit dalam menentukan pembilang dan penyebut yang sesuai dengan angka desimal yang diberikan. Guru di SD Budi Mulia sadar akan kesulitan yang dialami Rani. Untuk membantu Rani memahami konsep tersebut, guru menggunakan pendekatan yang lebih terstruktur dan interaktif.

Guru mulai dengan memberikan penjelasan tentang konsep dasar bilangan pecahan dan desimal. Guru menggunakan contoh-

contoh praktis untuk membantu Rani memvisualisasikan hubungan antara bilangan pecahan biasa dan bilangan desimal. Misalnya, guru menggunakan bentuk gambar yang terbagi menjadi bagian-bagian yang sama untuk mewakili pecahan dan mengaitkannya dengan angka desimal yang setara. Setelah memberikan penjelasan, guru memberikan Rani latihan-latihan yang bertahap. Rani diberikan serangkaian soal yang meminta dia untuk mengubah bilangan pecahan biasa menjadi bentuk desimal dan sebaliknya. Latihan ini melibatkan penghitungan yang teliti dan pemahaman konsep konversi pecahan-desimal. Guru juga menggunakan manipulatif, seperti kartu pecahan atau diagram lingkaran, untuk membantu Rani memvisualisasikan konversi pecahan-desimal. Dengan menggunakan manipulatif ini, Rani dapat melihat dengan jelas bagaimana pecahan dan desimal saling berhubungan.

Selain itu, guru memberikan penekanan pada pemahaman konsep tempat nilai dalam bilangan desimal. Rani diajarkan tentang puluhan, satuan, persepuluh, dan seterusnya. Guru memberikan contoh-contoh nyata untuk membantu Rani mengaitkan konsep ini dengan situasi kehidupan sehari-hari. Dengan dukungan dan bimbingan yang berkelanjutan dari guru, Rani akhirnya mengatasi kesulitannya dalam mengubah bilangan pecahan biasa menjadi bentuk desimal dan sebaliknya. Dia menjadi lebih percaya diri dan mampu melakukannya dengan tepat. Kisah Rani menunjukkan bahwa dengan pendekatan yang tepat, latihan yang terstruktur, dan dukungan dari guru, siswa dapat mengatasi kesulitan dalam mengubah bilangan pecahan biasa menjadi bentuk desimal dan sebaliknya. Melalui ketekunan dan upaya yang sungguh-sungguh, siswa seperti Rani dapat memperoleh pemahaman yang kuat dalam konsep ini.

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu: (1) menggunakan bilangan pecahan senilai dengan penyebut berkelipatan 10, (2) menggunakan cara pembagian porogapit (cara panjang).

Perhatikan contoh berikut:

- a. Ubahlah bilangan $\frac{3}{8}$ menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

- b. Ubahlah bilangan $\frac{2}{5}$ menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0,4.$$

- c. Ubahlah bilangan $6 \frac{3}{25}$ menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian

$$6 \frac{3}{25} = 6 + \frac{3}{25} \times \frac{4}{4} = 6 + \frac{12}{100} = 6 + 0,12 = 6,12.$$

Untuk mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal menggunakan cara (2), perhatikan langkah berikut ini:

- a. Ubahlah pecahan $\frac{2}{5}$ ke dalam bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ 5 \overline{) 2} \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Jadi $\frac{2}{5} = 0,4$

- b. Ubahlah pecahan $\frac{9}{4}$ menjadi bentuk pecahan desimal.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ 4 \overline{) 9} \\ \underline{8} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Jadi $\frac{9}{4} = 2,25$

C. Mengubah Penulisan Bilangan Pecahan dari Bentuk Desimal ke Pecahan Biasa

Di sebuah sekolah dasar yang bernama SD Cendekia Ceria, ada seorang siswa yang bernama Andi. Andi adalah seorang siswa yang cerdas dan bersemangat dalam belajar matematika. Namun, dia menghadapi kesulitan dalam mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk desimal ke pecahan biasa. Setiap kali Andi diberikan tugas untuk mengubah bilangan desimal menjadi pecahan biasa, dia merasa bingung. Dia tidak tahu bagaimana cara melakukannya dan seringkali salah dalam menentukan pembilang dan penyebut yang tepat. Guru di SD Cendekia Ceria menyadari kesulitan yang dialami oleh Andi. Untuk membantu Andi memahami konsep ini dengan lebih baik, guru menggunakan pendekatan yang lebih terstruktur dan praktis. Guru mulai dengan memberikan penjelasan yang terperinci tentang konsep konversi bilangan desimal ke pecahan biasa. Guru mengajarkan Andi untuk melihat angka desimal sebagai pecahan dengan penyebut berpangkat sepuluh yang sesuai. Misalnya, angka desimal 0,25 dapat ditulis sebagai pecahan $\frac{25}{100}$. Setelah memberikan penjelasan, guru memberikan Andi latihan-latihan yang bertahap. Andi diberikan serangkaian soal yang meminta dia untuk mengubah bilangan desimal menjadi pecahan biasa. Guru memberikan petunjuk dan langkah-langkah yang jelas kepada Andi untuk membantu memudahkan proses konversi. Guru juga menggunakan manipulatif, seperti kartu pecahan atau manipulatif matematika lainnya, untuk membantu Andi memvisualisasikan konversi pecahan-desimal. Dengan menggunakan manipulatif ini, Andi dapat melihat hubungan antara pecahan dan bilangan desimal secara konkret.

Selain itu, guru memberikan penekanan pada pentingnya penyederhanaan pecahan setelah konversi. Andi diajarkan cara membagi pembilang dan penyebut dengan faktor bersama untuk mendapatkan bentuk pecahan yang paling sederhana. Dengan dukungan dan bimbingan yang berkelanjutan dari guru, Andi akhirnya

mengatasi kesulitannya dalam mengubah penulisan bilangan desimal ke pecahan biasa. Dia menjadi lebih percaya diri dan mampu melakukannya dengan tepat serta menyederhanakan pecahan jika diperlukan. Kisah Andi menunjukkan bahwa dengan pendekatan yang tepat, latihan yang terstruktur, dan dukungan dari guru, siswa dapat mengatasi kesulitan dalam mengubah penulisan bilangan desimal ke pecahan biasa. Melalui ketekunan dan upaya yang sungguh-sungguh, siswa seperti Andi dapat memperoleh pemahaman yang kuat dalam konsep ini dan meningkatkan kemampuan matematika mereka.

Mengubah penulisan bilangan pecahan dari bentuk pecahan desimal menjadi bentuk bilangan pecahan biasa dapat dilakukan dengan memperhatikan bilangannya. Jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang berhingga, maka kita dapat memanfaatkan sistem nilai tempat, sedangkan jika bilangan yang ditulis sebagai pecahan desimal itu memuat sejumlah bilangan yang tidak berhingga tetapi berulang, maka kita harus memanipulasi bilangan itu sehingga bentuk pecahan desimalnya diperoleh. Lebih jelasnya dapat diperhatikan contoh berikut:

Ubahlah bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk bilangan pecahan desimal.

- a. 0,954
- b. 5,06
- c. 2,121212...

Penyelesaian:

a. $0,954 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} = \frac{900}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{954}{1000}$

b. $5,06 = 5 + \frac{0}{10} + \frac{6}{100} = \frac{500}{100} + \frac{0}{100} + \frac{6}{100} = \frac{506}{100}$

c. 1,121212...

Misal $n = 1,121212...$

$100n = 112,121212...$

$$\begin{array}{r} n = 1,121212... \\ 100n = 112,121212... \\ \hline 99n = 111 \end{array}$$

$$n = \frac{111}{99}$$

$$\text{dengan demikian, } 1,121212... = \frac{111}{99}$$

$$1,121212... = \frac{99 + 2}{99} = \frac{99}{99} + \frac{2}{99} = 1 + \frac{2}{99} = 1\frac{2}{99}.$$

D. Operasi pada Bilangan Pecahan Desimal

Di sebuah kelas 7A di SMP Mawar Indah, terdapat sekelompok siswa yang sedang belajar tentang operasi pada bilangan pecahan desimal. Salah satu siswa yang bernama Dian sangat antusias dalam mempelajari topik ini. Namun, dia menghadapi beberapa tantangan dalam melakukan operasi pada bilangan pecahan desimal. Dian merasa kesulitan dalam menjumlahkan atau mengurangkan bilangan pecahan desimal yang memiliki tempat nilai yang berbeda. Misalnya, saat mencoba menjumlahkan 0,7 dengan 0,35, Dian merasa bingung tentang bagaimana mengatur dan menghitung tempat nilai desimal yang tepat. Selain itu, Dian juga menghadapi kesulitan dalam melakukan operasi perkalian atau pembagian pada bilangan pecahan desimal. Dia seringkali salah dalam menempatkan koma desimal pada hasil perkalian atau pembagian yang benar.

Guru di SMP Mawar Indah menyadari kesulitan yang dihadapi oleh Dian dan siswa lainnya. Untuk membantu siswa mengatasi kesulitan ini, guru menggunakan pendekatan yang lebih terarah dan praktis. Guru memberikan penjelasan terperinci tentang konsep operasi pada bilangan pecahan desimal. Guru menggunakan contoh-contoh praktis untuk membantu siswa memvisualisasikan langkah-langkah dalam operasi tersebut. Misalnya, guru menggunakan uang sebagai contoh untuk menjelaskan penjumlahan atau pengurangan pecahan desimal. Setelah memberikan penjelasan, guru memberikan latihan-latihan yang bertahap. Siswa diberikan serangkaian soal yang meminta mereka untuk melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan pecahan desimal. Latihan ini dirancang secara bertahap, memungkinkan siswa untuk memperkuat pemahaman

mereka secara perlahan. Guru juga menggunakan manipulatif, seperti model pecahan atau kartu pecahan, untuk membantu siswa memvisualisasikan operasi pada bilangan pecahan desimal. Dengan menggunakan manipulatif ini, siswa dapat lebih mudah memahami dan menerapkan langkah-langkah operasi yang benar.

Selain itu, guru memberikan penekanan pada pemahaman konsep tempat nilai dalam bilangan pecahan desimal saat melakukan operasi. Siswa diajarkan untuk mengatur dan menghitung tempat nilai desimal dengan cermat untuk mendapatkan hasil yang akurat. Dengan dukungan dan bimbingan yang berkelanjutan dari guru, Dian dan teman-teman sekelasnya berhasil mengatasi kesulitan mereka dalam melakukan operasi pada bilangan pecahan desimal. Mereka menjadi lebih percaya diri dan mampu menjalankan operasi matematika dengan lancar menggunakan bilangan pecahan desimal. Kisah Dian dan teman-temannya menunjukkan bahwa dengan pendekatan pembelajaran yang terarah, latihan yang terstruktur, serta dukungan yang konsisten dari guru, siswa dapat mengatasi kesulitan mereka dalam melakukan operasi pada bilangan pecahan desimal. Dengan ketekunan dan upaya yang sungguh-sungguh, siswa dapat memperoleh pemahaman yang kuat dalam matematika dan menguasai operasi pada bilangan pecahan desimal dengan baik.

Pada bahasan sebelumnya, kita telah belajar tentang operasi aljabar pada bilangan bulat dan bilangan rasional. Pemahaman tentang operasi pada bilangan cacah dan konsep bilangan pecahan desimal akan sangat membantu kita dalam mempelajari prosedur operasi pada bilangan pecahan desimal. Beberapa operasi aljabar pada bilangan pecahan desimal akan dibahas dalam modul ini, yaitu operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

a. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan pada bilangan pecahan desimal

Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan pecahan desimal dapat dilakukan dengan memanfaatkan masalah nilai tempat.

Lebih jelasnya dapat dilihat pada contoh berikut.

1). $0,412 + 0,543 = \dots$

2). $1,378 + 0,123 = \dots$

3). $0,786 - 0,564 = \dots$

4). $3,762 - 2,547 = \dots$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 1). \quad 0,412 &= 0 + 0,4 + 0,01 + 0,002 \\ 0,543 &= 0 + 0,5 + 0,04 + 0,003 \quad + \\ &= 0 + 0,9 + 0,05 + 0,005 \\ &= 0 + 0,900 + 0,050 + 0,005 \\ &= 0,955 \end{aligned}$$

Jika menggunakan sistem nilai tempat, prosedur penyelesaiannya dapat dinyatakan dengan lebih eksplisit. Perhatikan langkah penyelesaian berikut ini:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Perribuan
0	4	1	2
0	5	4	3
0	9	5	5
			+

Jadi, $0,412 + 0,543 = 0,955$

Cara lain yang dapat digunakan adalah:

$$\begin{array}{r} 0,412 \\ 0,543 \quad + \\ \hline 0,005 \quad (2 \text{ perribuan} + 3 \text{ perribuan}) \\ 0,050 \quad (1 \text{ peratusan} + 4 \text{ peratusan}) \\ 0,900 \quad (4 \text{ perpuluhan} + 5 \text{ perpuluhan}) \\ 0,000 \quad (0 \text{ satuan} + 0 \text{ satuan}) \\ \hline 0,955 \end{array}$$

Cara berikut ini yang paling sering digunakan oleh guru ketika

mengajarkan konsep pejumlahan bilangan pecahan desimal:

$$\begin{array}{r} 0,412 \\ 0,543 \quad + \\ \hline 0,955 \end{array}$$

2). $1,378 = 1 + 0,3 + 0,07 + 0,008$

$$\begin{array}{r} 0,123 = 0 + 0,1 + 0,02 + 0,003 \quad + \\ = 1 + 0,4 + 0,09 + 0,01 \\ = 1,501 \end{array}$$

Menggunakan cara di atas, siswa akan dibuat bingung dengan masalah $0,008 + 0,003 = 0,011$, mengapa bukan $0,008 + 0,003 = 0,00011$? Untuk menjawab permasalahan tersebut, akan lebih jelas jika digunakan sistem nilai tempat berikut ini:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3
1	4	9	11

Dengan sistem pengelompokan kembali (11 perribuan = 1 peratusan + 1 peribuan), tabel di atas dapat diubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3
1	4	10	1

Dengan sistem pengelompokan kembali (10 peratusan = 1 perpuluhan), tabel di atas dapat diubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
1	3	7	8
0	1	2	3
1	5	0	1

Jadi, $1,378 + 0,123 = 1,501$.

Cara lain yang dapat pula digunakan guru ketika mengajarkan konsep penjumlahan bilangan pecahan desimal adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r}
 1,378 \\
 0,123 \quad + \\
 \hline
 1,00(11) \quad (8 \text{ perribuan} + 3 \text{ perribuan}) \\
 0,090 \quad (7 \text{ peratusan} + 2 \text{ peratusan}) \\
 0,400 \quad (3 \text{ perpuluhan} + 1 \text{ perpuluhan}) \\
 1,000 \quad + \quad (1 \text{ satuan} + 0 \text{ satuan}) \\
 \hline
 1,49(11) = 1,4(10)1 = 1,501 \\
 \text{Jadi } 1,378 + 0,123 = 1,501
 \end{array}$$

Cara cepat yang sering digunakan oleh guru ketika mengajarkan konsep penjumlahan biangan pecahan desimal adaah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r}
 1,378 \\
 0,123 \quad + \\
 \hline
 1,49(11) = 1,4(10)1 = 1,501 \\
 \text{Jadi } 1,378 + 0,123 = 1,501
 \end{array}$$

3). $0,786 = 0 + 0,7 + 0,08 + 0,006$

$$\begin{array}{r}
 0,564 = 0 + 0,5 + 0,06 + 0,004 \\
 \hline
 = 0 + 0,2 + 0,002 + 0,002 \\
 = 0,222
 \end{array}$$

Jadi, $0,786 - 0564 = 0,222$.

Cara berikutnya adalah dengan menggunakan sistem nilai tempat sehingga dapat dinyatakan secara lebih eksplisit, dapat diperhatikan sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
0	7	8	6
0	5	6	4
0	2	2	2

Jadi, $0,786 - 0,564 = 0,222$.

Cara lain yang dapat digunakan dalam operasi pengurangan bilangan pecahan desimal adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{rcl}
 0,786 & & \\
 \underline{0,564} & - & \\
 0,002 & & (6 \text{ perribun } - 4 \text{ perribun}) \\
 0,020 & & (8 \text{ peratusan } - 6 \text{ peratusan}) \\
 0,200 & & (7 \text{ perpuluhan } - 5 \text{ perpuluhan}) \\
 \underline{0,000} & + & (0 \text{ satuan } - 0 \text{ satuan}) \\
 0,222 & &
 \end{array}$$

Sedangkan berikut ini cara cepat yang sering diberikan oleh guru kepada siswanya ketika mengajarkan konsep pengurangan bilangan pecahan desimal:

$$\begin{array}{rcl}
 0,786 & & \\
 \underline{0,564} & - & \\
 0,222 & &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 4) .3,672 &= 3 + 0,6 + 0,07 + 0,002 = 3 + 0,7 + 0,05 + 0,12 \\
 \underline{2,547} &= 2 + 0,5 + 0,04 + 0,007 = 2 + 0,5 + 0,04 + 0,007 \\
 &= 1 + 0,2 + 0,01 + 0,005 \\
 &= 1,215
 \end{aligned}$$

Jadi, $3,762 - 2,547 = 1,215$.

Menggunakan cara sistem nilai tempat dapat diperhatikan sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
3	7	6	2
2	5	4	7
			—

Karena $2 - 7$ tidak menghasilkan bilangan cacah, maka harus dibuat pengelompokan kembali, sehingga tabel di atas berubah menjadi sebagai berikut:

Satuan	Perpuluhan	Peratusan	Peribuan
3	7	6	2
2	5	4	7
1	2	1	5

Jadi, $3,762 - 2,547 = 1,215$.

Cara cepat yang sering diberikan guru kepada siswa adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r} 3,762 \\ - 2,547 \\ \hline 1,215 \end{array}$$

E. Operasi Perkalian dan Pembagian Bilangan Pecahan Desimal

Operasi perkalian dan pembagian adalah dua konsep penting dalam matematika yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Mampu menguasai operasi ini pada bilangan pecahan desimal akan membantu kita dalam menghitung ukuran, kuantitas, dan perbandingan yang melibatkan bilangan desimal. Perkalian adalah proses menggandakan suatu bilangan dengan bilangan lainnya. Ketika kita mengalikan bilangan

pecahan desimal, kita akan mengeksplorasi bagaimana tempat nilai desimal mempengaruhi hasil perkalian. Kita akan belajar tentang cara mengalikan angka-angka desimal, menentukan tempat nilai desimal pada hasil, dan memahami konsep perkalian dalam konteks desimal.

Pembagian, di sisi lain, adalah proses membagi suatu bilangan dengan bilangan lainnya. Dalam operasi pembagian bilangan pecahan desimal, kita akan belajar tentang bagaimana mengatur tempat nilai desimal dan membagi pecahan dengan bilangan bulat atau pecahan lainnya. Kami akan menjelajahi konsep ini melalui contoh-contoh praktis dan melihat bagaimana hasil pembagian dapat dinyatakan dalam bentuk desimal. Selama pelajaran ini, kami akan menggunakan metode yang interaktif dan partisipatif. Kami akan memberikan latihan-latihan yang menyenangkan untuk membantu memperkuat pemahaman Anda tentang operasi perkalian dan pembagian pada bilangan pecahan desimal. Kami juga akan menggunakan manipulatif dan contoh-contoh sehari-hari untuk membantu Anda melihat relevansi dan kegunaan konsep ini dalam kehidupan nyata.

Jangan khawatir jika Anda merasa sulit pada awalnya. Kami di sini untuk membantu Anda memahami dan mengatasi kesulitan dalam mempelajari operasi perkalian dan pembagian pada bilangan pecahan desimal. Bersama-sama, kita akan menjelajahi dan menguasai konsep-konsep ini dengan kepercayaan diri dan kemampuan matematika yang kuat. Pembahasan sebelumnya sudah disajikan tentang bagaimana cara melakukan operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan biasa menggunakan alatperaga atau gambar. Selanjutnya kita akan lebih fokus pada bagaimana menyelesaikan operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan desimal secara algoritmik. Sedikitnya terdapat dua cara yang akan diberikan pada penyelesaian operasi perkalian dan pembagian bilangan pecahan desimal. Pertama, dilakukan cara panjang dan kedua dengan cara merubah lebih dahulu bilangan-bilangan pecahan desimal itu ke dalam pecahan biasa. Dengan cara

kedua, yaitu merubah terlebih dahulu bilangan pecahan desimal ke dalam bentuk pecahan biasa. Perhatikan contoh soal berikut ini

Selesaikan operasi perkalian berikut ini:

- a. $12,5 \times 0,8 = \dots$
- b. $0,75 \times 0,8 = \dots$
- c. $2,4 : 0,05 = \dots$
- d. $15,25 : 0,008 = \dots$

Penyelesaian

$$\text{a. } 12,5 \times 0,8 = \frac{125}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{1000}{10} = 100$$

$$\text{b. } 0,75 \times 0,8 = \frac{75}{100} \times \frac{8}{10} = \frac{600}{1000} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

$$\text{c. } 2,4 \times 0,05 = \frac{24}{10} : \frac{5}{100} = \frac{24}{10} \times \frac{100}{5} = \frac{2400}{50} = 48.$$

$$\text{d. } 15,25 : 0,008 = \frac{12}{10} : \frac{8}{100} = \frac{12}{10} \times \frac{100}{8} = \frac{1200}{80} = 15.$$

BAB VII

PEMBELAJARAN BILANGAN PRIMA DAN BILANGAN KOMPOSIT

A. Bilangan Prima

I. Definisi Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan asli yang lebih besar dari 1 dan hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Narasi tentang bilangan prima membahas sifat-sifat dan pola yang terkait dengan bilangan-bilangan ini. Pertama-tama, mari kita mulai dengan bilangan prima terkecil, yaitu angka 2. Angka 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang termasuk bilangan genap. Setelah itu, bilangan prima selanjutnya adalah angka 3, yang merupakan bilangan ganjil pertama. Setelah itu, pola bilangan prima menjadi lebih kompleks. Misalnya, kita bisa melanjutkan dengan angka 5, 7, 11, 13, dan seterusnya. Perhatikan bahwa bilangan-bilangan ini tidak dapat dibagi dengan bilangan lain selain 1 dan dirinya sendiri. Selain itu, bilangan-bilangan tersebut juga tidak memiliki faktor pembagi kuadrat, seperti 4, 9, atau 25. Oleh karena itu, bilangan-bilangan ini dianggap "prima" karena keunikan mereka dalam pembagian.

Pola bilangan prima tidak dapat ditemukan dengan mudah, dan tidak ada rumus sederhana yang menghasilkan semua bilangan prima secara berurutan. Namun, ada beberapa pola menarik yang dapat ditemukan dalam distribusi bilangan prima. Misalnya, teorema bilangan

prima menyatakan bahwa ada jumlah tak terbatas bilangan prima. Hal ini berarti bahwa bilangan prima tidak memiliki batasan atas dan terus berkembang seiring dengan pertambahan bilangan. Selain itu, ada juga pola menarik seperti bilangan prima kembar. Bilangan prima kembar adalah sepasang bilangan prima yang hanya memiliki selisih satu di antara keduanya, seperti 3 dan 5, 11 dan 13, atau 17 dan 19. Bilangan prima kembar adalah contoh dari pola yang muncul secara sporadis dalam urutan bilangan prima. Bilangan prima juga memiliki peran penting dalam matematika dan ilmu komputer. Mereka digunakan dalam berbagai algoritma, seperti algoritma kriptografi RSA yang melibatkan faktorisasi bilangan-bilangan besar menjadi faktor prima. Selain itu, bilangan prima juga digunakan dalam pengujian keprimaan, penghasilan angka acak, dan banyak aplikasi lainnya.

Bilangan prima adalah bilangan asli yang lebih besar dari 1 dan hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Dengan kata lain, bilangan prima tidak dapat dibagi habis oleh bilangan lain kecuali 1 dan dirinya sendiri. Sebagai contoh, angka 2 adalah bilangan prima karena satu-satunya faktor pembaginya adalah 1 dan 2. Begitu pula dengan angka 3, 5, 7, dan seterusnya. Bilangan-bilangan ini hanya dapat dibagi dengan 1 dan dirinya sendiri, sehingga memenuhi definisi bilangan prima. Namun, jika kita mengambil contoh angka 4, kita dapat melihat bahwa bilangan ini tidak memenuhi definisi bilangan prima karena dapat dibagi dengan faktor pembagi lainnya, yaitu 1, 2, dan 4. Demikian pula dengan angka 6, 8, 9, dan seterusnya. Bilangan-bilangan ini memiliki faktor pembagi lain selain 1 dan dirinya sendiri, sehingga tidak termasuk dalam kategori bilangan prima.

Poin penting dalam definisi bilangan prima adalah bahwa bilangan prima hanya memiliki dua faktor pembagi. Ini berbeda dengan bilangan komposit, yang merupakan bilangan yang memiliki lebih dari dua faktor pembagi. Sebagai contoh, angka 12 adalah bilangan komposit karena dapat dibagi oleh faktor pembagi 1, 2, 3, 4, 6, dan

12. Definisi bilangan prima menjadi dasar untuk mempelajari sifat-sifat dan pola bilangan prima dalam matematika. Bilangan prima memiliki peran penting dalam teori bilangan, kriptografi, dan berbagai bidang matematika lainnya. Berikut adalah beberapa contoh bilangan prima:

2 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 2
3 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 3
5 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 5
7 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 7
11 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 11
13 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 13
17 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 17
19 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 19
23 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 23
29 adalah bilangan prima karena faktor pembaginya hanya 1 dan 29

Daftar ini hanya sebagian kecil dari bilangan prima yang ada. Perlu dicatat bahwa bilangan prima tidak terbatas, dan selalu ada bilangan prima yang lebih besar dan lebih banyak lagi.

2. Sifat-sifat Bilangan Prima

Di dunia matematika, terdapat sekelompok angka yang sangat istimewa dan menarik perhatian para ahli. Mereka disebut bilangan prima. Bilangan prima memiliki sifat-sifat yang unik dan memainkan peran penting dalam banyak aspek kehidupan kita. Mari kita memulai perjalanan penjelajahan yang menarik ke dalam sifat-sifat bilangan prima. Pertama-tama, bilangan prima dapat dianggap sebagai "bintang" dalam dunia angka. Mereka memiliki sifat yang menjadikan mereka istimewa dan berbeda dari bilangan lainnya. Salah satu sifat paling mendasar yang dimiliki oleh bilangan prima adalah bahwa mereka hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Tidak

ada bilangan lain yang dapat membagi habis bilangan prima. Inilah yang membuat mereka begitu eksklusif dan unik.

Namun, keistimewaan bilangan prima tidak berhenti di sana. Mereka juga tidak memiliki faktor pembagi kuadrat, artinya tidak ada bilangan lain selain 1 dan bilangan prima itu sendiri yang bisa menghasilkan hasil kuadrat yang sama dengan bilangan tersebut. Ini membuat mereka terbebas dari keterikatan dengan bilangan kuadrat lainnya. Dalam kerumitan angka-angka lain, bilangan prima memancarkan kejelasan dan kebersihan yang menarik. Bilangan prima juga memiliki sifat menarik lainnya. Mereka tidak dapat dibagi habis oleh bilangan lain selain 1 dan dirinya sendiri. Ini berarti ketika kita membagi bilangan prima dengan bilangan lain, selalu ada sisa yang tersisa. Mereka tidak dapat "dipisahkan" atau "diselesaikan" menjadi faktor-faktor yang lebih kecil. Tetapi mungkin yang paling mengagumkan tentang bilangan prima adalah bahwa mereka tidak pernah habis. Di dunia matematika, jumlah bilangan prima adalah tak terbatas. Meskipun tidak ada pola yang dapat memprediksi secara pasti kemunculan bilangan prima, tetapi kita tahu bahwa mereka akan selalu ada dan terus bertambah seiring perjalanan waktu. Ini adalah fakta yang mengagumkan dan mengundang rasa ingin tahu dalam diri kita.

Sifat-sifat unik ini tidak hanya membuat bilangan prima menarik bagi para matematikawan, tetapi juga memiliki aplikasi praktis dalam dunia nyata. Mereka menjadi dasar teori bilangan, memainkan peran penting dalam bidang kriptografi, algoritma, dan bahkan dalam penghasilan angka acak. Kemampuan mereka untuk melindungi informasi sensitif dan memberikan keamanan dalam dunia digital membuat mereka semakin berharga. Maka, mari kita melangkah lebih jauh ke dalam dunia bilangan prima yang misterius ini. Sifat-sifat unik mereka akan membawa kita pada petualangan pengetahuan yang mengungkapkan keindahan dan kekuatan angka-angka. Bersiaplah

untuk menjelajahi sifat-sifat yang menakjubkan dan pola-pola yang mengejutkan dari bilangan prima yang menghiasi dunia matematika kita.

Sifat-sifat bilangan prima meliputi karakteristik khusus yang dimiliki oleh bilangan-bilangan ini. Berikut adalah beberapa sifat-sifat bilangan prima:

1. Hanya memiliki dua faktor pembagi: Bilangan prima hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Tidak ada bilangan lain yang dapat membagi habis bilangan prima. Misalnya, 7 hanya dapat dibagi oleh 1 dan 7, sehingga memenuhi sifat ini.
2. Tidak memiliki faktor pembagi kuadrat: Bilangan prima tidak memiliki faktor pembagi yang merupakan bilangan kuadrat dari bilangan lain. Dengan kata lain, tidak ada bilangan lain selain 1 dan bilangan prima itu sendiri yang bisa menghasilkan hasil kuadrat yang sama dengan bilangan tersebut. Contohnya, 2, 3, dan 5 tidak memiliki faktor kuadrat, sedangkan 4 bukan bilangan prima karena faktor pembaginya adalah 1, 2, dan 4, yang merupakan hasil kuadrat dari 2.
3. Tidak dapat dibagi habis oleh bilangan lain: Bilangan prima tidak dapat dibagi habis oleh bilangan lain selain 1 dan dirinya sendiri. Ini berarti tidak ada pembagian dengan sisa nol. Sebagai contoh, 11 tidak dapat dibagi habis oleh bilangan 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, atau 10.
4. Jumlah tak terbatas: Ada jumlah tak terbatas bilangan prima. Ini berarti bahwa tidak ada batasan atas dalam hal banyaknya bilangan prima yang ada. Meskipun tidak ada rumus sederhana yang menghasilkan semua bilangan prima secara berurutan, teorema bilangan prima membuktikan bahwa bilangan prima ada dalam jumlah tak terbatas.
5. Pola bilangan prima: Distribusi bilangan prima tidak mengikuti pola yang teratur. Munculnya bilangan prima dalam urutan

tertentu tidak dapat diprediksi secara pasti. Namun, ada pola menarik seperti bilangan prima kembar (sepasang bilangan prima yang hanya memiliki selisih satu di antara keduanya), bilangan prima bercorak ulang, dan pola lain yang muncul dalam urutan bilangan prima.

Sifat-sifat ini membantu membedakan bilangan prima dari bilangan komposit dan membentuk dasar teori bilangan prima. Memahami sifat-sifat ini membantu dalam pengenalan dan penerapan bilangan prima dalam matematika, kriptografi, dan berbagai bidang ilmu pengetahuan lainnya.

3. Pola dan Karakteristik Bilangan Prima

Bilangan prima menyimpan rahasia dan keindahan dalam pola dan karakteristiknya. Ketika kita menjelajahi bilangan-bilangan ini, kita akan menemukan serangkaian sifat-sifat yang unik dan menarik. Salah satu pola menarik dalam bilangan prima adalah pola bilangan prima kembar. Bilangan prima kembar adalah sepasang bilangan prima yang hanya memiliki selisih satu di antara keduanya. Contohnya adalah 3 dan 5, 11 dan 13, atau 17 dan 19. Pola ini muncul secara sporadis dalam urutan bilangan prima, di mana kita akan menemukan pasangan bilangan prima yang mendekati satu sama lain dengan selisih yang sangat kecil. Namun, meskipun penelitian telah dilakukan, masih belum sepenuhnya dipahami mengapa bilangan prima kembar muncul dalam pola ini. Selain pola bilangan prima kembar, ada juga pola yang mengikuti aturan bilangan prima bercorak ulang. Bilangan prima bercorak ulang adalah bilangan prima yang mendapatkan bilangan prima baru ketika beberapa digit terakhirnya dipindahkan ke bagian depan bilangan tersebut. Misalnya, 23 adalah bilangan prima dan ketika kita memindahkan digit terakhirnya ke depan, menjadi 32 yang juga merupakan bilangan prima. Contoh lain adalah 79, yang ketika digit terakhirnya dipindahkan ke depan menjadi 97, yang juga merupakan

bilangan prima. Pola ini menunjukkan bahwa bilangan prima dapat mempertahankan sifat bilangan prima ketika digitnya diubah dengan aturan tertentu.

Distribusi bilangan prima juga menyimpan pola menarik yang belum sepenuhnya dipahami. Meskipun bilangan prima tidak memiliki pola teratur dalam urutannya, tetapi ada beberapa pola statistik yang muncul. Misalnya, teorema bilangan prima menyatakan bahwa ada jumlah tak terbatas bilangan prima, artinya bilangan prima terus berkembang seiring dengan penambahan bilangan. Namun, tidak ada rumus sederhana yang menghasilkan semua bilangan prima secara berurutan, sehingga distribusi mereka tetap menjadi objek penelitian dan eksplorasi yang menarik. Sifat-sifat karakteristik ini membuat bilangan prima menjadi subjek yang menarik bagi para matematikawan dan peneliti. Mereka mendorong pemikiran kreatif dan analisis dalam upaya untuk memahami pola yang ada dalam bilangan prima. Penelitian terus dilakukan untuk mengungkap rahasia dan struktur yang lebih dalam dari bilangan prima, dan setiap penemuan baru membawa kita lebih dekat untuk memahami keindahan yang terkandung di dalamnya.

Melalui eksplorasi pola dan karakteristik bilangan prima, kita dapat merasakan keajaiban matematika dan kekayaan pengetahuan yang tersembunyi di baliknya. Keunikan dan kompleksitas bilangan prima mendorong kita untuk terus menjelajahi dan mempelajari lebih banyak tentang dunia yang menarik ini.

- **Teorema Bilangan Prima**

Jika kita menulis $a|b$, maka dikatakan bahwa a adalah pembagi b . metode yang paling sering digunakan di madrasah atau sekolah dasar untuk menentukan pembagi suatu bilangan adalah dengan menggunakan kertas berpetak dan menampilkan bilangan itu sebagai suatu persegi-persegi. Contohnya, 12 dapat disajikan dengan menampilkan persegi-persegi panjang dengan susunan 1 baris dan 12 kolom, atau menggunakan 2 baris dan 6 kolom,

atau bisa juga menggunakan 3 baris dan 4 kolom. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa 12 memiliki 6 buah pembagi yang berbeda, yaitu: 1,2,3,4,6,dan 12.

Bagaimana jika bilangan tersebut adalah 7? Untuk bilangan 7, kita dapat menampilkan persegi-persegi panjang dengan susunan 1 baris dan 7 kolom atau 7 baris dan 1 kolom saja. Ternyata bilangan 7 hanya memiliki 2 pembagi yang berbeda, yaitu 1 dan 7 (bilangan itu sendiri).

Perhatikan Tabel 1, yaitu banyaknya faktor suatu bilangan yang disajikan.

Tabel 1. Banyak faktor suatu bilangan

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	6	16	12		24
	3	9	8		18		30
	5	25	10		20		
	7		14		28		
	11		15		32		
	13		21				
	17		22				
	19		26				
	23		27				
	29		33				
	31		34				
	37		35				

Pada Tabel 1 tampak bahwa 12 ada di kolom ke-6 karena 12 memiliki 6 pembagi, dan 7 ada pada kolom ke-2 karena 7 memiliki 2 pembagi. Dapatkan kalian menemukan pola yang terbentuk pada tabel 1? Kira-kira, apa bilangan berikutnya pada kolom ke-3? Tentu saja, nbilangan tersebut adalah 49. Mengapa? Perlu diingat bahwa bilangan-bilangan tersebut memiliki tepat 2

pembagi, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Sebarang bilangan bulat positif yang memiliki tepat 2 pembagi positif berbeda disebut dengan bilangan prima. Sebarang bilangan bulat lebih dari 1 yang memiliki suatu faktor positif selain 1 dan dirinya sendiri disebut dengan bilangan komposit. Contohnya, 4, 6, dan 16 adalah bilangan komposit. Mengapa??? Karena bilangan tersebut memiliki suatu faktor selain 1 dan dirinya sendiri. Bilangan 1 hanya memiliki satu faktor. Oleh karena itu, 1 dikatakan bukan bilangan prima maupun bukan bilangan komposit. Kolom ke-2 pada Tabel 1. Dapat dilihat bahwa 12 bilangan prima pertama adalah: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, dan 37.

Contoh 1.

Tunjukkanlah bahwa bilangan-bilangan berikut adalah bilangan komposit.

- 1564
- 2781
- 1001

Penyelesaian.

- a. Karena $2 \mid 4$, 1564 dapat dibagi oleh 2.
- b. Karena $3 \mid (2 + 7 + 8 + 1)$, 2781 dapat dibagi oleh 3.
- c. Karena $11 \mid ((1 + 0) - (0 + 1))$, 1001 dapat dibagi oleh 11.

- Bilangan Prima Kembar

Bilangan prima kembar (bahasa Inggris: twin prime) adalah bilangan prima yang berbeda dari yang lain oleh dua bilangan prima. Dengan kata lain, selisih kedua bilangan tersebut adalah 2. Contohnya, anggota pasangan bilangan prima kembar adalah (3, 5) karena selisihnya adalah $5 - 3 = 2$. Di dunia bilangan prima terdapat sebuah fenomena yang menarik dan misterius yang dikenal sebagai bilangan prima kembar. Bilangan prima kembar

adalah pasangan bilangan prima yang hanya memiliki selisih satu di antara keduanya. Fenomena ini telah mengundang perhatian matematikawan dan peneliti sepanjang sejarah.

Bayangkan dua bilangan prima yang berdekatan di sepanjang garis bilangan. Bilangan-bilangan ini saling berdampingan, hampir seperti saudara kembar dalam dunia matematika. Misalnya, pasangan bilangan prima kembar pertama yang ditemukan adalah 3 dan 5, yang memiliki selisih satu. Kemudian, kita dapat menemukan pasangan 11 dan 13, 17 dan 19, serta 41 dan 43. Daftar bilangan prima kembar terus berkembang seiring dengan penelitian dan eksplorasi. Keberadaan bilangan prima kembar menjadi salah satu misteri dalam teori bilangan. Para matematikawan masih terus mencari pola dan mencoba memahami mengapa bilangan prima kembar terjadi. Meskipun belum ditemukan pola yang teratur, tetapi penemuan pasangan bilangan prima kembar terus memicu semangat penelitian untuk mencari pasangan-pasangan baru yang belum pernah diketahui sebelumnya.

Bilangan prima kembar memiliki nilai artistik dalam matematika. Mereka adalah bukti bahwa di balik kekacauan dan kompleksitas bilangan prima, ada kesatuan yang harmonis. Mereka menunjukkan bahwa ada keteraturan yang tersembunyi dalam distribusi bilangan prima, kendati sulit untuk dipahami sepenuhnya. Fenomena bilangan prima kembar memiliki implikasi yang lebih luas dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan. Dalam kriptografi, bilangan prima kembar digunakan sebagai fondasi untuk melindungi keamanan sistem komunikasi. Dalam matematika terapan, pemahaman tentang bilangan prima kembar dapat digunakan dalam algoritma dan analisis data. Bilangan prima kembar juga memberikan kita rasa keajaiban dalam penjelajahan matematika. Penemuan pasangan bilangan prima kembar

baru mengingatkan kita akan keunikan dan keindahan dunia matematika yang masih penuh dengan teka-teki yang menunggu untuk dipecahkan.

Dalam perjalanan menggali rahasia bilangan prima kembar, kita tidak hanya berurusan dengan angka dan pola, tetapi juga dengan pencerahan dan kepuasan pengetahuan yang tersembunyi. Kita melihat ke dalam struktur matematika yang penuh keindahan dan melihat bukti bahwa ada harmoni dalam kekacauan. Bilangan prima kembar mengajak kita untuk terus menggali dan mengeksplorasi dunia bilangan prima, mengungkap lebih banyak pasangan kembar yang tersembunyi, dan memperdalam pemahaman kita tentang misteri dan pola yang ada. Mereka mengajarkan kita untuk tidak hanya melihat bilangan secara sederhana, tetapi juga untuk melihat keindahan dan keteraturan yang dapat terungkap di balik angka-angka tersebut. Berikut adalah beberapa contoh bilangan prima kembar:

1. Pasangan bilangan prima kembar pertama adalah 3 dan 5.
 - 3 adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 3.
 - 5 juga adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 5.Selisih antara 3 dan 5 adalah 2, yang menjadikan mereka pasangan bilangan prima kembar.
2. Pasangan bilangan prima kembar berikutnya adalah 11 dan 13.
 - 11 adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 11.
 - 13 juga adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 13.
 - Selisih antara 11 dan 13 adalah 2, sehingga mereka juga merupakan pasangan bilangan prima kembar.

3. Pasangan bilangan prima kembar berikutnya adalah 17 dan 19.
 - 17 adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 17.
 - 19 juga adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 19.
 - Selisih antara 17 dan 19 adalah 2, menjadikan mereka pasangan bilangan prima kembar.
4. Pasangan bilangan prima kembar lainnya adalah 41 dan 43.
 - 41 adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 41.
 - 43 juga adalah bilangan prima karena hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan 43.
 - Selisih antara 41 dan 43 adalah 2, sehingga mereka termasuk dalam pasangan bilangan prima kembar.

Contoh-contoh di atas adalah beberapa pasangan bilangan prima kembar yang telah ditemukan. Namun, perlu diingat bahwa dalam urutan bilangan prima, pasangan bilangan prima kembar muncul secara sporadis dan tidak teratur. Terus ada upaya penelitian untuk menemukan pasangan bilangan prima kembar yang lebih besar dan memahami pola yang terkait dengan fenomena ini.

4. Peranan Bilangan Prima dalam Matematika dan Aplikasi Praktis

Bilangan prima adalah bilangan yang lebih besar dari 1 dan hanya memiliki dua faktor positif, yaitu 1 dan dirinya sendiri. Meskipun pada pandangan awal mereka hanya terlihat seperti kumpulan angka acak, bilangan prima sebenarnya memiliki peran yang penting dalam pembelajaran matematika dan aplikasi praktis di berbagai bidang. Berikut adalah beberapa peran penting bilangan prima:

a. Kriptografi

Dalam dunia modern yang terhubung secara digital, bilangan prima digunakan dalam berbagai protokol kriptografi untuk mengamankan data dan komunikasi. Salah satu contoh penerapannya adalah dalam algoritma RSA, di mana bilangan prima sangat penting untuk menghasilkan kunci enkripsi dan dekripsi yang aman.

b. Algoritma dan Pengujian Keprimaan

Algoritma uji keprimaan digunakan untuk memeriksa apakah suatu bilangan adalah bilangan prima atau tidak. Meskipun algoritma yang efisien untuk ini belum ditemukan, upaya untuk mengembangkan algoritma yang lebih cepat terus berlanjut, dengan dampak besar pada pemrosesan data besar dan keamanan.

Dalam aplikasi praktis, bilangan prima memiliki dampak yang signifikan di berbagai bidang seperti keamanan siber, komunikasi terenkripsi, optimisasi, dan bahkan pengembangan algoritma dan perangkat lunak. Mempelajari dan memahami sifat bilangan prima memberikan dasar yang kuat untuk pemahaman matematika yang lebih mendalam dan penerapan praktis yang berkelanjutan.

B. Bilangan Komposit

Dalam dunia matematika, bilangan komposit memiliki peranan penting dalam memperkaya pemahaman tentang sifat-sifat bilangan dan konsep dasar aritmatika. Bilangan komposit adalah bilangan yang memiliki lebih dari dua faktor positif, dan pemahaman tentang konsep ini memberikan wawasan yang berharga dalam pembelajaran matematika. Berikut ini adalah beberapa aspek tentang peranan bilangan komposit dalam pembelajaran matematika:

1. Definisi bilangan Komposit

Bilangan komposit merupakan salah satu konsep fundamental yang memberikan pemahaman lebih dalam tentang struktur bilangan. Definisi bilangan komposit adalah bilangan bulat positif yang memiliki lebih dari dua faktor positif, atau dengan kata lain, bilangan yang dapat dibagi habis oleh angka-angka lain selain dari 1 dan dirinya sendiri. Konsep ini memiliki dampak yang penting dalam pemahaman matematika dasar dan juga penerapan dalam berbagai bidang.

Sebagai contoh, mari kita lihat bilangan 12. Bilangan ini merupakan bilangan komposit karena dapat dibagi habis oleh 1, 2, 3, 4, 6, dan 12. Faktorisasi dari bilangan 12 adalah $2 \times 2 \times 3$ atau $2^2 \times 3$, yang mengungkapkan cara bilangan ini terbentuk dari faktor-faktor lebih sederhana.

2. Faktorisasi Bilangan Komposit

Dalam matematika, bilangan komposit merupakan salah satu konsep fundamental yang memberikan pemahaman lebih dalam tentang struktur bilangan. Definisi bilangan komposit adalah bilangan bulat positif yang memiliki lebih dari dua faktor positif, atau dengan kata lain, bilangan yang dapat dibagi habis oleh angka-angka lain selain dari 1 dan dirinya sendiri. Konsep ini memiliki dampak yang penting dalam pemahaman matematika dasar dan juga penerapan dalam berbagai bidang.

Sebagai contoh, mari kita lihat bilangan 12. Bilangan ini merupakan bilangan komposit karena dapat dibagi habis oleh 1, 2, 3, 4, 6, dan 12. Faktorisasi dari bilangan 12 adalah $2 \times 2 \times 3$ atau $2^2 \times 3$, yang mengungkapkan cara bilangan ini terbentuk dari faktor-faktor lebih sederhana. Definisi bilangan komposit memiliki implikasi penting dalam pembelajaran matematika:

- Faktorisasi dan Penguraian:

Konsep bilangan komposit mendorong pemahaman tentang faktorisasi, yaitu cara menguraikan bilangan menjadi faktor-faktor yang lebih kecil. Ini memperkaya pemahaman tentang operasi perkalian dan pembagian. Faktorisasi bilangan komposit adalah proses krusial dalam matematika yang melibatkan penguraian bilangan menjadi faktor-faktor yang lebih sederhana. Ini adalah konsep yang mengubah kompleksitas menjadi kesederhanaan, membantu kita memahami struktur bilangan dengan lebih mendalam. Faktorisasi bilangan komposit berperan penting dalam berbagai konteks matematika dan aplikasi praktis.

- **Pemahaman Faktorisasi:**

Faktorisasi adalah proses mengidentifikasi faktor-faktor yang, ketika dikalikan bersama, menghasilkan suatu bilangan tertentu. Dalam kasus bilangan komposit, faktorisasi melibatkan menguraikan bilangan tersebut menjadi kombinasi dari bilangan-bilangan yang lebih kecil dan lebih sederhana.

- **Konsep Faktorisasi dalam Praktik:**

Misalnya, pertimbangkan bilangan komposit 24. Faktorisasi dari bilangan ini adalah $2 \times 2 \times 2 \times 3$ atau lebih sederhananya $2^3 \times 3$. Ini mengungkapkan bagaimana 24 terdiri dari faktor-faktor prima yang lebih kecil. Faktorisasi bilangan komposit melibatkan proses mengurai bilangan menjadi faktor-faktor yang lebih kecil. Ini adalah langkah penting dalam memahami struktur bilangan dan memiliki berbagai implikasi dalam matematika dan aplikasi praktis. Berikut adalah langkah-langkah umum untuk melakukan faktorisasi bilangan komposit:

Identifikasi Bilangan Komposit: Tentu saja, langkah pertama adalah mengenali bahwa bilangan yang akan

diurai adalah sebuah bilangan komposit. Ini berarti bilangan tersebut memiliki lebih dari dua faktor.

Pemilihan Faktor-faktor: Mulailah dengan memilih faktor-faktor yang mungkin dari bilangan komposit tersebut. Faktor-faktor ini harus lebih kecil dari bilangan tersebut dan dapat menghasilkan hasil perkalian yang sama dengan bilangan komposit.

- Pemecahan dengan Metode Percobaan:

Pembagian Sebagian Besar: Mulailah dengan membagi bilangan komposit dengan faktor-faktor yang lebih besar dari 1 dan lebih kecil dari bilangan tersebut. Misalnya, bagi bilangan dengan 2, 3, 5, dan seterusnya.

Uji Pembagian Habis: Uji apakah pembagian ini menghasilkan hasil habis atau tidak. Jika iya, faktor tersebut adalah salah satu faktor bilangan komposit.

Lanjutkan Pembagian: Ulangi langkah-langkah ini dengan faktor-faktor yang lebih kecil dari hasil pembagian sebelumnya. Teruskan sampai tidak ada faktor lain yang mungkin.

Faktorisasi Selesai: Setelah semua faktor telah diidentifikasi dan hasil dari faktorisasi selanjutnya adalah bilangan prima, faktorisasi dianggap selesai. Anda dapat menggabungkan faktor-faktor ini dalam bentuk perkalian untuk mendapatkan faktorisasi lengkap dari bilangan komposit.

Misalnya, kita akan memfaktorkan bilangan komposit 60:

Mulai dengan membagi 60 dengan 2, 3, 5, dan 7.

Dalam hal ini, kita menemukan bahwa $60 = 2 * 2 * 3 * 5$.

Oleh karena itu, faktorisasi lengkap dari 60 adalah $2^2 * 3 * 5$.

Namun, penting untuk diingat bahwa faktorisasi bilangan besar atau bilangan dengan faktor-faktor yang tidak terlalu mudah diidentifikasi mungkin lebih rumit dan memerlukan metode khusus seperti algoritma faktorisasi yang lebih canggih.

3. Perbandingan dengan Bilangan Prima:

Dalam konteks bilangan komposit, siswa dapat membandingkan dengan bilangan prima. Mereka akan menyadari bahwa bilangan komposit memiliki lebih banyak faktor dibandingkan dengan bilangan prima yang hanya memiliki dua faktor.

4. Pengenalan Konsep Matematika Lebih Lanjut:

Konsep bilangan komposit menjadi landasan untuk pemahaman konsep-konsep lebih kompleks di matematika, seperti teori faktorisasi, teori bilangan, dan teori himpunan.

5. Penerapan dalam Kehidupan Nyata:

Pemahaman tentang bilangan komposit bisa diaplikasikan dalam kehidupan nyata, seperti dalam pemecahan masalah pembagian, pengelompokan, atau optimisasi sumber daya.

6. Landasan Teori Kriptografi:

Penting dalam kriptografi, di mana keamanan protokol seperti RSA bergantung pada kesulitan memfaktorkan bilangan komposit besar menjadi faktor-faktor primanya.

Dalam rangka memahami bilangan komposit, siswa tidak hanya memahami sifat-sifat matematika, tetapi juga melatih keterampilan pemecahan masalah dan berpikir kritis. Dengan memahami konsep ini, mereka dapat membuka pintu untuk memahami konsep matematika yang lebih dalam dan aplikasinya dalam berbagai bidang kehidupan.

7. Sifat-sifat Bilangan komposit

Bilangan komposit adalah angka-angka yang memiliki lebih dari dua faktor pembagi positif. Dengan kata lain, bilangan ini dapat dibagi oleh angka-angka selain 1 dan dirinya sendiri. Sifat-sifat bilangan komposit memainkan peran penting dalam matematika dan memiliki karakteristik yang menarik:

Pembagi Lebih Banyak: Sifat utama bilangan komposit adalah bahwa mereka memiliki lebih dari dua pembagi positif. Ini berarti ada lebih banyak cara untuk membagi bilangan komposit menjadi faktor-faktor yang lebih kecil.

Pola Faktorisasi: Bilangan komposit memiliki banyak pola faktorisasi yang berbeda. Ini membuatnya menarik bagi para matematikawan untuk memahami cara-cara berbeda dalam menguraikan bilangan tersebut menjadi faktor-faktor pembagi yang lebih kecil.

Peran dalam Teori Bilangan: Sifat bilangan komposit memainkan peran penting dalam teori bilangan. Konsep faktorisasi bilangan adalah dasar dari banyak konsep dalam matematika, seperti kriptografi, teori angka, dan algoritma. Faktorisasi bilangan komposit menjadi faktor-faktor prima juga memiliki implikasi dalam permasalahan seperti mencari kelipatan terkecil (least common multiple) atau mencari faktor-faktor dalam perhitungan matematika.

Keterkaitan dengan Bilangan Prima: Bilangan komposit dan bilangan prima memiliki hubungan yang erat. Setiap bilangan komposit dapat diurai menjadi faktor-faktor prima yang unik. Ini dikenal sebagai teorema dasar aritmatika. Bilangan komposit juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi bilangan prima melalui konsep seperti algoritma Crivelli.

Penggunaan dalam Matematika Terapan: Konsep bilangan komposit memiliki aplikasi yang luas dalam matematika terapan. Misalnya, dalam teori sinyal dan komunikasi, faktorisasi bilangan digunakan dalam proses modulasi dan demodulasi sinyal. Di bidang

komputer, bilangan komposit memiliki peran dalam algoritma yang melibatkan perkalian dan pembagian, seperti dalam algoritma RSA untuk enkripsi dan desripsi data. Secara keseluruhan, sifat-sifat bilangan komposit memiliki dampak yang signifikan dalam matematika dan berbagai bidang ilmu terkait. Mereka membantu membangun dasar untuk pemahaman lebih lanjut tentang konsep bilangan, faktorisasi, dan aplikasi praktis di dunia nyata.

C. Perbedaan Bilangan Prima dan Bilangan Komposit

Dalam dunia angka, terdapat dua kategori utama yang membagi bilangan menjadi kelompok yang berbeda: bilangan prima dan bilangan komposit. Meskipun keduanya merupakan bagian integral dari dasar-dasar matematika, mereka memiliki sifat dan karakteristik yang sangat berbeda. Konsep ini membantu kita memahami dasar struktur angka, faktorisasi, serta implikasi teori bilangan dalam berbagai bidang. Dalam penjelasan berikut, kita akan menjelaskan perbedaan mendasar antara bilangan prima dan bilangan komposit, merunut dari sifat faktorisasi dan peranan mereka dalam konteks matematika dan aplikasi praktis. Dengan memahami perbedaan ini, kita dapat menggali lebih dalam tentang struktur dan kompleksitas angka-angka yang membentuk dasar dari banyak konsep matematika yang lebih luas.

Bilangan prima dan bilangan komposit adalah dua kategori angka yang memiliki perbedaan mendasar dalam hal faktorisasi dan pembagian. Berikut adalah perbedaan utama antara bilangan prima dan bilangan komposit:

Faktorisasi:

Bilangan Prima: Bilangan prima adalah bilangan yang hanya memiliki dua faktor positif: 1 dan dirinya sendiri. Dengan kata lain, bilangan prima tidak dapat dibagi habis oleh angka-angka selain 1 dan dirinya sendiri. Contoh bilangan prima adalah 2, 3, 5, 7, 11, dst.

Bilangan Komposit: Bilangan komposit adalah bilangan yang memiliki lebih dari dua faktor pembagi positif. Artinya, bilangan komposit dapat diuraikan menjadi hasil perkalian dari dua atau lebih bilangan bulat positif. Contoh bilangan komposit adalah 4 (faktor-faktor: 2×2), 6 (faktor-faktor: 2×3), 9 (faktor-faktor: 3×3), 15 (faktor-faktor: 3×5), dst.

Pola Faktorisasi:

Bilangan Prima: Bilangan prima hanya memiliki satu cara untuk diuraikan menjadi faktor-faktor, yaitu dengan perkalian bilangan itu sendiri dan 1. Misalnya, faktorisasi dari bilangan prima 7 hanya bisa 7×1 atau 1×7 .

Bilangan Komposit: Bilangan komposit memiliki berbagai cara untuk diuraikan menjadi faktor-faktor prima yang berbeda. Misalnya, faktorisasi dari bilangan komposit 12 bisa $2 \times 2 \times 3$ atau 2×6 atau 3×4 .

Peran dalam Teori Bilangan:

Bilangan Prima: Bilangan prima memiliki peran yang sangat penting dalam teori bilangan dan matematika secara umum. Mereka adalah dasar dari faktorisasi bilangan dan banyak konsep lainnya, seperti algoritma kriptografi.

Bilangan Komposit: Bilangan komposit juga memiliki peran penting dalam matematika terutama dalam konteks faktorisasi dan aplikasi praktis, tetapi mereka tidak memiliki sifat-sifat unik yang membuat mereka menjadi fokus utama teori bilangan seperti bilangan prima.

Contoh Aplikasi:

Bilangan Prima: Bilangan prima digunakan dalam berbagai aplikasi kriptografi, seperti dalam algoritma enkripsi RSA.

Bilangan Komposit: Bilangan komposit sering digunakan dalam berbagai bidang matematika terapan, seperti dalam

perhitungan terkait pemrograman dan algoritma.

Secara ringkas, perbedaan utama antara bilangan prima dan bilangan komposit terletak pada jumlah faktor pembagi positif yang dimiliki oleh masing-masing kategori angka.

D. Strategi Pembelajaran Konsep Bilangan Komposit untuk Peserta Didik Madrasah Ibtidaiyah

Mengajarkan konsep bilangan komposit kepada siswa Madrasah Ibtidaiyah memerlukan pendekatan yang interaktif, relevan, dan mudah dipahami. Berikut adalah strategi pembelajaran yang dapat digunakan:

- **Pendahuluan yang Menarik:** Mulailah dengan membangun minat siswa melalui pertanyaan atau pernyataan menarik tentang angka dan pola. Anda bisa mengajukan pertanyaan seperti "Apakah semua angka bisa dibagi oleh angka lain selain 1 dan dirinya sendiri?"
- **Definisi dan Konsep Dasar:** Jelaskan dengan sederhana apa itu bilangan komposit dan bagaimana bilangan komposit berbeda dari bilangan prima. Gunakan contoh nyata dan visual, seperti menggambarkan faktorisasi angka-angka kecil menjadi faktor-faktor primanya.
- **Visualisasi dan Pemodelan:** Gunakan manipulatif atau visualisasi sederhana, seperti diagram lingkaran atau persegi panjang, untuk membantu siswa memahami konsep faktorisasi dan pembagian. Tunjukkan bagaimana bilangan komposit dapat diurai menjadi faktor-faktor yang lebih kecil.
- **Aktivitas Interaktif:** Sediakan lembar kerja atau aktivitas interaktif yang melibatkan siswa dalam mencari faktor-faktor bilangan komposit tertentu. Ini dapat membantu mereka berlatih dalam memahami cara membagi bilangan menjadi faktor-faktor primanya.

- Permainan Edukatif: Gunakan permainan papan atau permainan kartu yang melibatkan faktorisasi bilangan. Ini dapat membuat pembelajaran lebih menyenangkan sambil tetap memperkuat pemahaman konsep.
- Penggunaan Teknologi: Gunakan alat-alat digital atau aplikasi interaktif yang memungkinkan siswa memanipulasi bilangan dan melihat bagaimana mereka bisa diurai menjadi faktor-faktor primanya.
- Diskusi Kelompok: Bagi siswa menjadi kelompok kecil dan berikan mereka bilangan komposit. Beri tugas kepada setiap kelompok untuk mencari faktorisasi bilangan mereka dan mempresentasikannya kepada kelas.
- Studi Kasus Nyata: Ceritakan kisah nyata tentang bagaimana faktorisasi bilangan digunakan dalam situasi nyata, misalnya dalam algoritma enkripsi atau pembuatan pola-pola matematika.
- Penerapan dalam Kehidupan Sehari-hari: Diskusikan bagaimana konsep bilangan komposit dapat ditemui dalam situasi sehari-hari, seperti menghitung kelipatan dalam pembelian barang atau menghitung waktu pelipatan material.
- Evaluasi dan Diskusi: Akhiri pembelajaran dengan sesi diskusi atau kuis ringan untuk mengukur pemahaman siswa tentang konsep bilangan komposit. Berikan umpan balik positif dan ajukan pertanyaan reflektif untuk mendorong pemikiran lebih mendalam.
- Proyek Kreatif: Berikan proyek kreatif di mana siswa harus mencari faktorisasi bilangan dalam kehidupan sehari-hari atau menciptakan contoh-contoh sendiri tentang bilangan komposit.
- Hubungkan dengan Konsep Lain: Bantu siswa melihat hubungan antara konsep bilangan komposit dengan topik matematika lainnya, seperti perkalian, pembagian, dan faktorisasi prima.

Ingatlah untuk selalu beradaptasi dengan tingkat pemahaman siswa dan memastikan bahwa pembelajaran dilakukan dalam lingkungan yang positif dan mendukung.

E. Alat Peraga yang Cocok untuk Membelajarkan Konsep Bilangan Komposit untuk Siswa MI

Memilih alat peraga yang sesuai untuk mengajarkan konsep bilangan komposit kepada siswa Madrasah Ibtidaiyah adalah penting agar pembelajaran menjadi lebih interaktif dan memahami. Berikut adalah beberapa alat peraga yang cocok untuk tujuan ini:

- **Manipulatif Angka dan Blok:** Gunakan blok atau manipulatif angka seperti kubus atau balok kecil dengan angka-angka yang dapat diatur. Siswa dapat menggabungkan blok-blok ini untuk membentuk bilangan komposit dan melihat bagaimana bilangan dapat diurai menjadi faktor-faktor primanya.
- **Papan Bilangan dan Kartu:** Gunakan papan bilangan dengan daftar bilangan komposit pada satu sisi dan faktorisasi primanya di sisi lain. Siswa dapat mencocokkan bilangan komposit dengan faktorisasi yang sesuai.
- **Diagram Lingkaran:** Buat diagram lingkaran yang memperlihatkan hubungan antara bilangan komposit, faktor-faktor primanya, dan perkalian. Siswa dapat melihat visualisasi langsung bagaimana bilangan diuraikan menjadi faktor-faktor primanya.
- **Papan Magnet Bilangan:** Gunakan papan magnet bilangan dengan angka-angka yang dapat digeser-geser. Siswa dapat menggabungkan angka-angka ini untuk membentuk bilangan komposit dan memecahnya menjadi faktor-faktor primanya.
- **Permainan Kartu Faktorisasi:** Buat permainan kartu di mana setiap kartu berisi bilangan komposit, dan siswa harus mencari faktorisasi primanya dalam waktu tertentu. Ini bisa menjadi cara yang menyenangkan untuk melibatkan siswa dalam belajar.

- Aplikasi Digital Interaktif: Gunakan aplikasi atau perangkat lunak interaktif yang memungkinkan siswa memanipulasi angka dan melihat bagaimana bilangan diuraikan menjadi faktor-faktor primanya.
- Model Pecahan: Gunakan model pecahan untuk membantu siswa memahami hubungan antara faktor-faktor primanya dan bilangan komposit dalam bentuk pecahan.
- Papan Tulis Interaktif: Gunakan papan tulis interaktif untuk menggambar dan menulis faktorisasi bilangan secara visual sambil menjelaskan konsep kepada siswa.
- Puzzle Faktorisasi: Buat puzzle di mana siswa harus mencocokkan bilangan komposit dengan faktorisasi primanya dalam bentuk potongan puzzle yang sesuai.

Penting untuk memilih alat peraga yang sesuai dengan tingkat pemahaman siswa dan gaya belajar mereka. Alat peraga ini akan membantu membuat konsep bilangan komposit lebih mudah dipahami dan diinternalisasi oleh siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Anthony, G. & Walshaw, M. 2009. *Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: A View from the West*. Massey University, New Zealand; Journal of Mathematics Education December, Vol. 2, No. 2, pp.147-164
- Arends, R.I. 2004. *Learning to Teach*. Six Edition. New York: McGraw Hill Companies.
- Balka, D.S. 1974. *Creative Ability in Mathematics*. Arithmetic Teacher, 21, 633 – 636.
- Barfield, R. L. 2003. *Students' perceptions of and satisfaction with group grades and the group experience in the college classroom*. Assess Eval Higher Edu 28(4):355–369
- Bloom, B. S. 1976. *Human Characteristic and School Learning*. New York: McGraw-Hill.
- Bloom, B.S. 1956. *Taxonomy of Educational Goals*. Canada: David McKay Company, Inc.
- Dahar, R.W. 1988. *Teori-Teori Belajar*. Jakarta: Depdiknas.
- Eggen, P. D., & Kauchak. 1996. *Strategies for Teachers*. Boston: Ellyn and Bacon.
- Gagne, A. 1987. *Some Issues in the Psycology of Mathematics Instruction*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. 2006. *Design research from the learning design perspective*. In J. v. d. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), Educational design research (pp. 17-51). London: Routledge.
- Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1979. *Conflict in the Classroom: Controversy and Learning*. Rev Edu Res 49(1): 51 – 69.
- Joyce, B. & Weil, M. 2010. *Models of Teaching*. Massachussets: Allyn

and Bacon.

- Meiria, L. & Lerman, S. 2001. *The Zone of Proximal Development a Symbolic Space*. London: Faculty of Humanity and Social Science South Bank University.
- Pehkonen, E. 1997. *The State-of-Art in Mathemataical Creativity. International Reviews on Mathematical Education*. 29(3), 68 – 74. Retrieved March 10, 2003, from <http://www.fizkarlsruhe.de/fix/publications/zdm/adm2017>.
- Skemp, R. 1986. *The Psychology of Learning Mathematics*. Middlesex, UK: Penguin Books.

RIWAYAT HIDUP



ENI TITIKUSUMAWATI dilahirkan di Kediri, Jawa Timur tanggal 29 Agustus 1975. Ia menyelesaikan studi Sarjana, Magister, dan Doktor Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Malang. Tahun 2007 ia memperoleh beasiswa Program Pasca Sarjana Program Magister Pendidikan Matematika dari Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Kemendikbud RI, dan tahun 2015 memperoleh beasiswa MORA Program Doktor

Pendidikan Matematika dari Dirjen Pendidikan Islam Kementerian Agama RI.

Kariernya sebagai tenaga pengajar dimulai sejak sebelum lulus sarjana. Tahun 1999-2003 ia mengabdikan sebagai guru SMK di Kota Malang. Tahun 2003 – 2007 ia mengabdikan sebagai dosen tetap yayasan di Universitas Hamzanwadi Selong Nusa Tenggara Barat sekaligus membantu sebagai tenaga pengajar mata pelajaran Matematika di sekolah-sekolah Yayasan Hamzanwadi Selong NTB. Sebagai tutor di Universitas Terbuka UPPJ Malang tahun 2007-2009. Tahun 2009 ia diangkat sebagai dosen tetap pada Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan (FTIK) Universitas Islam Negeri Salatiga Jawa Tengah sampai dengan sekarang.

Di sela-sela kesibukannya sebagai Kaprodi pada Program Studi Tadris Matematika dan sebagai pengelola prodi PPG di UIN Salatiga, telah beberapa buku dan bahan ajar kuliah berupa modul telah diselesaikannya, di antaranya adalah modul Pembelajaran Matematika SD, buku Evaluasi Pembelajaran IPA, buku referensi tentang Model Pembelajaran Open-Ended Collaboration Teori, Praktik, dan riset. Selain itu ia juga produktif menghasilkan HAKI dan tulisan di jurnal ilmiah bereputasi nasional maupun internasional dalam bidang pembelajaran Matematika.